



## ارایه الگویی برای ارتقای توانمندی معلمان دوره ابتدایی، به منظور پرورش استدلال جبری و تفکر تابعی دانشآموزان

### Developing a model to enhance elementary teachers' ability to foster functional thinking and algebraic reasoning in elementary students

N. Asghari (Ph.D)

**Abstract:** This study explores the process of change of grades 3 to 5 elementary teachers, who participated in a professional development program "Algebraic Thinking: Foundation of Elementary Mathematics". Algebraic thinking as a functional thinking was the centerpiece of the program. The "Concern Base Adaptation Model" (CBAM) was used as methodology. The results of the study showed the significant changes in information, program management and task designing of teachers. Significantly, their understanding about functional thinking progressed. Finally a model was designed for integrating functional thinking in elementary mathematics curriculum as a result of this study.

**Keyword:** Function, Functional Thinking, Program of Professional Development of Elementary Teachers, CBAM, Change Process.

نسیم اصغری<sup>۱</sup>

**چکیده:** این مطالعه، به بررسی فرآیند تغییر ادراک معلمان دوره ابتدایی پایه‌های ۳ تا ۵ می‌پردازد که در دوره رشد حرفه‌ای «تفکر جبری، اساس ریاضیات ابتدایی» شرکت کردند. تفکر جبری به عنوان تفکر تابعی، اساس طراحی دوره و به کارگیری و تولید منابع در طول دوره بود. برای بررسی فرآیند تغییر و ارتقای معلمان، از مدل «پذیرش مبتنی بر دغدغه» (CBAM) به عنوان چارچوب نظری مطالعه، استفاده شد. این مدل، روشی برای اجرا و مدیریت و ارزیابی برنامه‌های نوآوری است که در این پژوهش، از یکی از ابزارهای آن به نام «پیمایش دغدغه‌ها» جهت اجراء، مدیریت و ارزیابی کارآمدی این دوره آموزشی و تحلیل فرآیند تغییر معلمان، استفاده شد. این ابزار، توصیفی قدرتمند از میزان پویایی و درگیر شدن فرد را برای تغییر، فراهم می‌کند. بدین سبب از آن، به عنوان وسیله‌ای برای رتبه‌بندی دغدغه‌های شرکت-کنندگان در سه بعد «خود»، «تکلیف» و «تأثیر» در هفت سطح آگاهی، اطلاعاتی، شخصی، مدیریت، پیامد، همکاری و تمرکز مجدد، استفاده شد. نتایج حاصل از به کارگیری مدل، تغییرات مؤثر در میزان آگاهی، مدیریت برنامه و تولید تکلیف‌های مناسب برای تحقق اهداف برنامه در معلمان را نشان داد. تعدادی از معلمان تا سطح «تکلیف» و «تأثیر» از مراحل دغدغه، ارتقا یافتند. در ضمن، بر اثر کار با معلمان و با تکیه بر مفهوم پردازی‌های آنان، الگویی برای پرورش تفکر تابعی به دست آمد.

**کلیدواژگان:** تابع، تفکر تابعی، دوره‌های رشد حرفه‌ای معلمان ابتدایی، CBAM، فرآیند تغییر.

## مقدمه

در سال‌های اخیر، جبر به کانون توجه آموزشگران و سیاست‌گذاران آموزشی تبدیل شده است، زیرا به گواهی پژوهش‌های انجام شده، برای بسیاری از دانشآموزان در سراسر دنیا، با شروع جبر، سختی ریاضی بیشتر شده و آغازی برای جدا شدن آن‌ها از ریاضی می‌شود. مشکلات عدیدهایی که دانشآموزان، طی سالیان متمادی در درس جبر تجربه کرده‌اند، باعث دلزدگی و گریز آن‌ها از ریاضی و گاه ترک تحصیل شده است (کاپوت، ۲۰۰۰). از این رو، پرداختن به موضوع جبر در آموزش ریاضی مدرسه‌ای، یکی از ضرورت‌های پژوهشی حوزه آموزش ریاضی در این زمان است.

### پیشینه پژوهش

پژوهش‌های بین‌المللی متعدد، حکایت از آن دارند که اکثر دانشآموزان، قابلیت‌های جبر را به خوبی نمی‌شناسند و در موقعیت‌هایی هم که چاره‌ای جز به کارگیری آن ندارند، اطلاع چندانی از مفاهیم زیر بنایی آن ندارند. برای مثال، نتایج ششمین ارزیابی ملی پیشرفت تحصیلی<sup>۱</sup> که به وسیله شورای ملی معلمان ریاضی آمریکا<sup>۲</sup> منتشر شد، نشان می‌دهد که دانشآموزان پایه دوازدهم، در حل ساده‌ترین معادله‌ها و نامعادله‌ها و همچنین، در انتقال از بازنمایی شفاهی به نمادین، با مشکل مواجه هستند (کنی<sup>۳</sup> و سیلور<sup>۴</sup>، ۱۹۹۷).

درواقع، جبر در برنامه درسی دوره متوسطه، در نقش یک «دوازه‌بان» ظاهر شده است (کاپوت، ۲۰۰۲) و مسیر پیشرفت دانشآموزان را مسدود یا منحرف کرده است؛ اما شکست حاصل، شکستی دوسویه است که در یک طرف، دانشآموزان و در طرف دیگر، برنامه‌های درسی کشورها قرار دارند. کاپوت (۱۹۹۸) این جبر را «موتور بی‌عدالتی» می‌خواند و همگان را به تبدیل جبر به «موتور قدرت ریاضی» و «جبری کردن» برنامه درسی از «پیش‌دبستانی تا پایه

1 National Assessment of Education Progress: NAEP

2 National Council of Teachers of Mathematics: NCTM

3 P.A. Kenney

4 E.A. Silver

ارائه الگویی برای ارتقای توانمندی معلمان دوره ابتدایی...

۱۲)، فرامی خواند. کاپوت (۱۹۹۵) معتقد است که یک برنامه درسی جبری شده<sup>۳</sup>، به دسترسی دموکراتیک دانشآموزان به ایده‌های قدرتمند، کمک می‌کند.

از سوی دیگر، هدایت دانشآموزان در درس جبر آسان نیست. فراخوان جبر برای همه، آموزشگران ریاضی را به بازبینی روش‌هایی که به یادگیری جبر کمک می‌کند، تشویق می‌کند و مشکلات دانشآموزان را ناشی از نحوه آموزش جبر می‌داند. طی ربع قرن گذشته، تلاش‌های زیادی در جهت شناخت موقعیت‌های یادگیری جبر، انجام شده است. نتیجه این تلاش‌ها نشان می‌دهد که مسیر یادگیری جبر، از حساب می‌گذرد و شروع یادگیری جبر، همان نقطه آغاز یادگیری حساب است.

در طول تاریخ، تجربیات ریاضی دانشآموزان دوره ابتدایی را حساب و محاسبات تشکیل داده است. در حالی که امروزه، مسلم شده است که لازمه آماده‌سازی دانشآموزان دوره ابتدایی برای ریاضیات پیچیده و عالی در سطوح بالاتر، به کارگیری انواع متفاوتی از تجربیات ریاضی است؛ تجربیاتی که عادت‌های ذهنی را پرورش می‌دهند و معطوف به درک عمیقی از ساختارهای ریاضی هستند (کاپوت، ۱۹۹۹؛ رامبرگ<sup>۴</sup> و کاپوت، ۱۹۹۹ و بلاتون و کاپوت، ۲۰۰۵). درواقع، آموزش ستی و برنامه درسی که در دوره ابتدایی مبتنی بر تدریس رویه‌هاست<sup>۵</sup> و بعدها نیز که در دوره راهنمایی<sup>۶</sup>، رویکرد آموزش محاسبات و رویه‌ها ادامه می‌یابد، به استناد عملکردهای دانشآموزان، ناموفق بوده است (بلاتون و کاپوت، ۲۰۰۵).

شلیمن<sup>۷</sup>، کاراهر و بریزوئلا<sup>۸</sup> (۲۰۰۶)، توضیح می‌دهند که دیدگاه متداوی در مورد ارتباط حساب حساب و جبر چنین بوده است که حساب و جبر، دو موضوع مجزا دیده می‌شوند که با ترتیب معین اول حساب، بعد جبر، آموزش داده می‌شوند. در مقابل، دیدگاه جدید، حساب را بخشی از

---

1 K-12

2 Algebrafied

3 Romberg

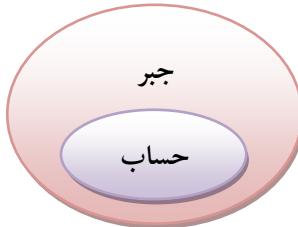
4 Procedure

5 در زمان انجام این مطالعه، هنوز دوره متوسطه اول، جایگزین دوره راهنمایی تحصیلی نشده بود.

6 Analucia D. Schliemann

7 Barbara M. Brizuela

جبر می‌داند و معتقد است که استدلال جبری، از همان پایه‌های ابتدایی باید آموزش داده شود  
(شکل ۱).



شکل ۱: دیدگاه جدید به ارتباط حساب و جبر (شلیمن، کاراهر و بریزوئله، ۲۰۰۶)

جاکوبس (۲۰۰۷) اظهار می‌کند که گزارش مشترک کارگروه جبر شورای ملی معلمان ریاضی در آمریکا و کمیته آموزشی علوم ریاضی<sup>۱</sup> (۱۹۸۹) و گروه جبر پیش از موعد<sup>۲</sup> (کاپوت، کاراهر و بلانتون، ۲۰۰۸)، حاکی از آن‌اند که پژوهشگران، برای یافتن راههایی برای یکپارچه کردن استدلال جبری در پایه‌های پیش‌دانشگاهی، تلاش‌های زیادی انجام داده‌اند.

از سوی دیگر، استفنس<sup>۳</sup> (۲۰۰۸)، به نقل از کارپتر و همکاران، ۲۰۰۳؛ کاراهر<sup>۴</sup> و همکاران، ۲۰۰۶ و بلانتون و کاپوت، ۲۰۰۵)، خاطرنشان می‌کند که در راستای تحقق هدف پرورش تفکر جبری در دانش‌آموzan، بیش از هر چیزی، نقش معلم در تشخیص فرصت‌ها، هم در طراحی تدریس و هم در عمل تدریس اهمیت دارد. به اعتقاد بسیاری از آموزشگران ریاضی، تحقق چنین هدفی بیش از هر چیز، نیازمند نگاه متفاوت و تغییر درک معلمان از جبر و موقعیت‌های جبر و به دنبال آن، تغییر عملکرد معلمان در کلاس‌های درس است (اصغری، شاهورانی و مدقالچی، ۲۰۱۳).

جبری‌سازی برنامه درسی ریاضی، در گرو تغییر مؤثر در تدریس معلم است، این در حالی است که استامپ<sup>۵</sup> و بیشاب<sup>۶</sup> (۲۰۰۲) اظهار می‌کنند که موانع جدی در این راه وجود دارد. آن‌ها

1 Mathematical Sciences Education Board: MSEB

2 Early Algebra

3 Ana C. Stephens

4 David.W. Carraher

5 Stump

6 Bishop

معتقدند که یکی از بزرگترین چالش‌های پیش روی آموزشگران و معلمان ریاضی که در صدد اصلاح و بهبود آموزش ریاضی برآمده‌اند، کمک به معلمان ابتدایی و راهنمایی است تا توانایی‌های استدلالی آنان در جبر، ارتقا یابد. استفسنс (۲۰۰۸) یادآور می‌سازد که در واقع، باز مفهوم‌سازی<sup>۱</sup> جبر، انتظار بالایی از معلمان ابتدائی است که برای آن، آموزشی هم ندیده‌اند. بسیاری از معلمان ابتدایی، جبر را به صورت مجموعه‌ای از قواعد برای دست ورزی با متغیرها می‌دانند و شکل‌گیری دیدگاه‌های اشان نسبت به جبر، مبتنی بر تجربیات آن‌ها در دوره مدرسه‌ای خودشان است. در همین راستا، جاکوبس (۲۰۰۷) بیان می‌کند که شواهد نظاممند اندکی از تأثیر دوره‌های رشد حرفه‌ای معلمان در این خصوص، در دست است و همین، کمبودی جدی در مورد شناخت دانش جبری معلمان ابتدایی و تأثیر آن بر ایجاد مهارت‌های استدلالی جبری در دانش‌آموزان آنان است که در این زمینه، انجام پژوهش‌های متنوع، ضروری است.

### معرفی پژوهش

هدف از مطالعه حاضر، آماده کردن معلمان دوره ابتدایی برای درک تفکر تابعی، از طریق طراحی فعالیت‌های مناسب و مرتبط بود. این مطالعه، با استفاده از الگوی پیشنهادی جاکوبس و همکاران (۲۰۰۷)، به بررسی میزان تغییر در دغدغه<sup>۲</sup> معلمان دوره ابتدایی، چگونگی تغییر فهم و درکشان و اندازه‌گیری سطوح دغدغه آن‌ها درنتیجه شرکت در دوره رشد حرفه‌ای، پرداخت.

### تفکر تابعی

از دیدگاه کاراهر و همکاران (۲۰۰۶)، تعمیم‌سازی در قلب استدلال جبری است. آنان توضیح می‌دهند که یک عمل حسابی، می‌تواند به عنوان یک تابع دیده شود و بدین سبب، کار با یک عبارت جبری، زمینه‌ساز ایجاد توانایی استدلال جبری، حتی در بین دانش‌آموزان خردسال است. آن‌ها خاطر نشان می‌سازند که دادن نقش اصلی به توابع در برنامه درسی دوره ابتدایی، یک پارچه کردن جبر را در برنامه‌های درسی ریاضی موجود، تسهیل می‌کند و کلید این کار را، معرفی اعمال جمع، تفریق، ضرب و تقسیم به عنوان تابع، از همان ابتدا می‌دانند. این در حالی است که قبلًا، بعضی از آموزشگران ریاضی، استدلال جبری را به صورت‌های مختلف، بیان کرده‌اند. برای

1 Reconceptualization

2 Concern

نمونه، کاپوت (۱۹۹۹) استدلال جبری را به صورت ترکیب پنج شکل<sup>۱</sup> از درون مرتبط استدلال، بیان نموده است:

✓ جبر به عنوان تعمیم‌سازی و صورت‌بندی الگوهای قاعده‌مندی‌ها و به طور خاص، جبر

#### به عنوان حساب تعمیم‌یافته؛

✓ جبر به عنوان دست ورزی‌های هدایت شده نحوی نمادها؛

✓ جبر به عنوان مطالعه ساختارها و نظام‌های مجرد محاسبات و روابط؛

✓ جبر به عنوان مطالعه توابع، روابط و متغیرهای وابسته؛

✓ جبر به عنوان مدل‌سازی.

مفهوم تابع، اساس رابطه و انتقال است؛ طرح وارهای که نحوه ارتباط، تغییر یا انتقال کمیت‌های معین را به دیگر کمیت‌ها نشان می‌دهد (چازان<sup>۲</sup>، ۱۹۹۶). بدین سبب، کاپوت (۲۰۰۲) تفکر تابعی را، مسیر اصلی تفکر جبری می‌داند و معتقد است که توابع را می‌توان از طریق بازنمایی‌های مختلف از جمله نموداری، جدولی، نمودارهای پیکانی و کلامی و شفاهی، توصیف کرد. در همین راستا، اسمیت (۲۰۰۸) تفکر تابعی را نوعی تفکر بازنمایی می‌داند که روی روابط بین دو یا چند کمیت متغیر، تمرکز دارد، به خصوص نوعی از تفکر که منجر به تعمیم‌سازی بعضی روابط خاص می‌شود.

در تأیید این دیدگاه و ضرورت معرفی تفکر جبری در دوره ابتدایی، مالارا و ناورا (۲۰۰۳)، توصیف شفاهی این بازنمایی‌ها در دوره ابتدایی، «من و مِن جبری» می‌نامند و وارن (۲۰۰۵) آن را آمادگی برای استفاده دقیق از زبان ریاضی در دوره متوسطه می‌داند.

#### مدل پذیرش مبتنی بر دغدغه

مدل پذیرش مبتنی بر دغدغه<sup>۳</sup> (CBAM)، چارچوب و روشی برای اندازه‌گیری، توصیف و تشریح وجوده مختلف برنامه‌ریزی درسی و نوآوری‌های آموزشی است (اندرسون، ۱۹۹۷). پنج فرضیه زیربنایی این مدل، توسط هال و هرد (۲۰۰۱)، به شرح زیر، تبیین شده‌اند:

1 Chazzan

2 Concern Base Adoption Model

ارائه الگویی برای ارتقای توانمندی معلمان دوره ابتدایی...

✓ فرضیه ۱: تغییر یک فرآیند است نه یک اتفاق و تغییر در مؤسسات، نیازمند زمان است.

✓ فرضیه ۲: فرآیند تغییر، یک تجربه شخصی است و نحوه درک آن بهوسیله افراد، به طور جدی نتایج را تحت تأثیر قرار می‌دهد.

✓ فرضیه ۳: نقش ادراکات و احساسات افراد برای عملکرد و اجرای موفق یک تغییر، اساسی است.

✓ فرضیه ۴: افراد، طی مراحلی بر اساس احساس، ادراک، توانایی و مهارت‌شان در استفاده از نوآوری، رشد می‌کنند.

✓ فرضیه ۵: اقدامات برای تغییر، باید به طور نظاممند شروع شوند، به طور منظم ارزیابی گردند و به طور مستمر، مورد حمایت و پشتیبانی قرار گیرند.

در این چارچوب، یکی از ابزارهای اندازه‌گیری تغییر، پیمایش دغدغه‌ها<sup>۱</sup> (SOC) است. این ابزار، بر پایه فرضیه‌های ۳ و ۴ بالا استوار است و هدف آن، توصیف رشد و ارتقای احساسات، ادراکات و انگیزش‌های حاصل از تغییر برنامه درسی یا برنامه آموزشی است (هال و لوکس، ۱۹۷۸).

## روش پژوهش

این پژوهش از نوع توصیفی بود و هدف آن، توصیف تغییراتی بود که بر اثر آموزش تفکر تابعی، در احساس، ادراک، توانایی و مهارت معلمانی بود که در دوره ابتدایی، شاغل به تدریس بودند. علاوه بر آن توصیفات، میزان تغییرات به طور منظم ارزیابی گردید.

## شرکت‌کنندگان در پژوهش

تعداد ۱۵ نفر از معلمان پایه‌های سوم، چهارم و پنجم دوره ابتدایی، به طور داوطلب، در برنامه رشد حرفه‌ای معلمان ابتدایی شرکت کردند. این معلمان، دانشجویان دوره کاردانی به کارشناسی رشته آموزش ابتدایی بودند و هیچ‌یک از آنان، در طول تحصیلات دانشگاهی خود، واحدهای درسی ریاضی را نگذرانده بودند و اغلب آن‌ها، دیپلم علوم تجربی یا علوم انسانی داشتند.

1 Survey of Concern: SOC

## فرضیه و سؤال پژوهش

این پژوهش، مبتنی بر فرضیه زیر بود:

فرضیه: دغدغه‌های معلمان نسبت به تفکر تابعی، درنتیجه شرکت در برنامه رشد حرفه‌ای «تفکر جبری، اساس ریاضیات ابتدایی: تفکر تابعی»، تغییر می‌یابد.

هم‌چنین، سؤال زیر، این پژوهش را هدایت کرد:

سؤال پژوهش: میزان دغدغه‌های معلمان نسبت به تفکر تابعی، درنتیجه شرکت در برنامه رشد حرفه‌ای «تفکر جبری، اساس ریاضیات ابتدایی: تفکر تابعی» چقدر است؟

## برنامه رشد حرفه‌ای

معلمان به مدت شش ماه و در هر هفته، سه ساعت در کلاس‌های مربوط به این دوره حضور داشتند و در طول هفته، از طریق ایمیل، تلفن و وبلگ، با پژوهشگر در تماس بودند و در صورت لزوم، جلساتی با چند نفر از آن‌ها، برگزار می‌شد.

## اجرای دوره

ساختار برنامه رشد حرفه‌ای، بر پایه چهار اصل زیر، شکل گرفت:

۱. مفهوم تفکر جبری و وجوده مختلف آن به عنوان یک روش تفکر؛
۲. اهمیت حمایت مستمر و قدم به قدم، با توجه به این دیدگاه که تغییر یک فرآیند است نه یک اتفاق؛
۳. تشکیل گروه‌های کوچک همکاری به منظور یادگیری فعال و بالا رفتن اعتماد به نفس و کاهش اضطراب ریاضی، با توجه به این ایده که معلمان، می‌توانند فرآگیران شگفت‌انگیزی باشند.
۴. به کارگیری مدل پذیرش مبتنی بر دغدغه برای ارزیابی و هدایت بازخوردها و سازوکارهای حمایت و پشتیبانی.

در چهار هفته اول این دوره آموزشی، تمرکز بر آموزش اصول کلی و فرآیندهای آموزش ریاضی در دوره ابتدایی و استانداردهای شورای ملی معلمان ریاضی (NCTM) برای جبر در پایه‌های ۳ تا ۵ بود. در این استانداردها، بر آموزش درک الگوها و روابط و تابع، بازنمایی و تحلیل موقعیت‌ها و ساختارهای ریاضی با به کارگیری نمادها، به کارگیری مدل‌های ریاضی برای بازنمایی و درک روابط کمی و تحلیل تغییر در زمینه‌های مختلف، تأکید شده است. از این گذشته، در دوره رشد آموزش حرفه‌ای، دیدگاه‌های مختلف تفکر جبری و به خصوص، مدل پنج گانه کاپوت که در بالا به آن اشاره شد، به معلمان معرفی و جزییات ضروری آن‌ها، تشریح شد. افزون بر این‌ها، با هدایت مدرس / پژوهشگر و همفکری شرکت‌کنندگان، اصولی برای طراحی فعالیت‌ها و مثال‌های مرتبط با توسعه تفکر تابعی، تدوین شد که درنتیجه آن، فعالیت‌های متنوعی توسط خودشان، تولید شد (پیوست الف). آنگاه از هفته پنجم، با استفاده از منابع تهیه شده، شرکت‌کنندگان با مثال‌ها و فعالیت‌هایی آشنا شدند که به طور مشخص، هدفشان توسعه تفکر تابعی در معلمان دوره ابتدایی بود. از جمله منابع استفاده شده، بخش‌هایی از برنامه درسی ایالت ویرجینیای آمریکا بود که بسیاری از فعالیت‌ها و مثال‌های آن، هم‌جهت با اهداف این دوره آموزشی یعنی توسعه تفکر تابعی بود. علاوه بر این، برخی از مثال‌های کتاب‌های درسی ریاضی پایه‌های اول تا پنجم ابتدایی ایران که هم‌راستا با اهداف این دوره بود، مورد استفاده قرار گرفتند.

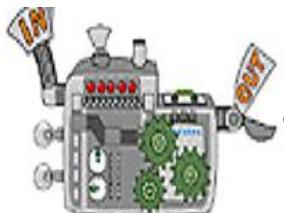
هم‌چنین، برای درک بهتر تفکر تابعی و درک مفهوم تابع توسط معلمان و چگونگی آموزش آن به دانش‌آموزان، از بازنمایی ماشین تابع استفاده شد (شکل ۲). این بازنمایی با مفهوم ورودی، خروجی و داشتن یک قاعده (ضابطه تابع)، کمک کرد تا مفهوم تابع، برای آن‌ها ملموس و قابل درک شود و بدون استفاده از تعریف ریاضی تابع و فقط با تأکید بر مفاهیم ورودی، خروجی و جدول‌های T شکل برای ثبت آن‌ها، تلاش شد تا ضابطه هر تابعی که مورد بحث بود، مشخص شود. برای نمونه، در یکی از فعالیت‌ها، ماشین تابع مانند کارخانه‌ای در نظر گرفته شد که روی ورودی‌ها، عمل مشخصی انجام می‌شد و از شرکت‌کنندگان خواسته شد که ویژگی عملی را که این کارخانه بر روی ورودی‌ها انجام می‌دهد، پیدا کنند. این فرآیند، به سه صورت زیر شکل گرفت و از آن طریق، آنان با مفهوم دامنه تابع، برد تابع و ضابطه تابع، آشنا شدند.

۱. ورودی و خروجی معلوم است، هدف پیدا کردن عمل ماشین تابع است.

۲. ورودی و عمل تابع معلوم است، هدف پیدا کردن خروجی است.

۳. عمل تابع و خروجی معلوم است، هدف پیدا کردن ورودی است.

خروجی	ورودی



شکل ۲: ماشین تابع و جدول ثبت نتایج

بحث‌ها و تبادل‌نظرها بین پژوهشگر و شرکت‌کنندگان و بین خودشان در گروه‌های چهارنفری، طی جلسات حضوری و به صورت آنلاین، برگزار شد. این بحث‌ها، یک مؤلفه مهم و تأثیرگذار، در فرآیند تغییر دغدغه‌های شرکت‌کنندگان نسبت به تفکر تابعی بود.

### ابزار پیمایش دغدغه‌ها

هال و هرد (۲۰۰۱) اظهار کردند که مدل پذیرش مبتنی بر دغدغه (CBAM)، روشی برای اجرا و مدیریت و ارزیابی برنامه‌های نوآوری است. لذا جهت اجرا، مدیریت و ارزیابی کارآمدی این دوره آموزشی و تحلیل فرآیند تغییر معلمان، از یکی از ابزارهای CBAM به نام پیمایش دغدغه‌ها<sup>۱</sup> (SOC)، استفاده شد (جدول ۱ و پیوست ب). این ابزار، توصیفی قدرتمند از میزان پویایی درگیر شدن فرد را برای تغییر، فراهم می‌کند و بر ادراکات و احساسات وی، تمرکز دارد (هال و هرد، ۲۰۰۱). این ابزار، وسیله‌ای برای رتبه‌بندی دغدغه‌های افراد در سه بعد خود، تکلیف و تأثیر است که این سه بعد، در هفت سطح آگاهی، اطلاعاتی، شخصی، مدیریت، پیامد، همکاری و تمرکز مجلد، قرار می‌گیرند و به ترتیب، با کدهای ۰ تا ۶ در جدول (۱)، مشخص شده‌اند.

1 Survey of Concern: SOC

جدول (۱): سطوح دغدغه معلمان

ابعاد	مرحله	توصیف دغدغه
تأثیر	۶. تمرکز مجدد	تمرکز بر بازبینی نوآوری جهت تأثیر هر چه بیشتر
	۵. همکاری	تمرکز روی هماهنگی و همکاری با دیگران برای استفاده از نوآوری
تکلیف	۴. پیامد	تمرکز توجه به تأثیر نوآوری بر دانش آموزان
	۳. مدیریت	تمرکز توجه بر تکالیف و فرایندهای مورد استفاده در نوآوری و صرف وقت برای تهیه آنها
خود	۲. شخصی	نگرانی در مورد خواسته های نوآوری و تحلیل نقش نوآوری در حرفه شخص
	۱. اطلاعاتی	آگاهی عمومی و اظهار علاقه به یادگیری بیشتر
	۰. آگاهی	عدم علاقه و درگیر شدن در نوآوری

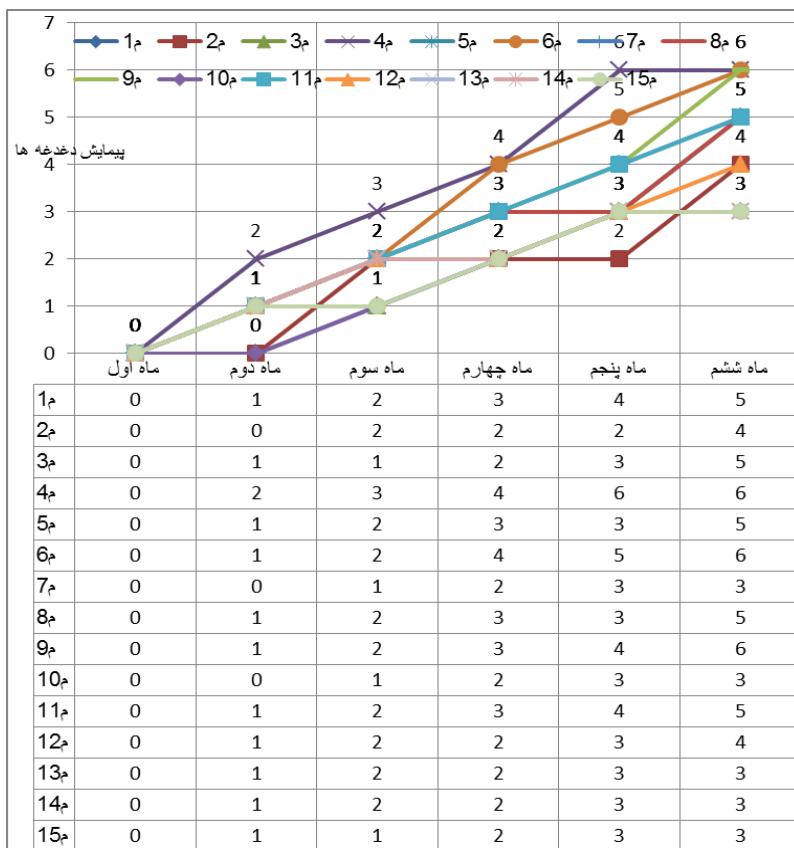
### روش جمع آوری داده ها

به منظور تعیین سطوح دغدغه معلمان درنتیجه شرکت در دوره، از پرسش نامه SOC استفاده شد. این پرسش نامه شامل ۳۵ سؤال است که به هر سطح دغدغه (۰-۱۰-آگاهی، ۱-اطلاعاتی، ۲-شخصی، ۳-مدیریت، ۴-پیامد، ۵-همکاری، ۶-تمرکز مجدد)، پنج سؤال اختصاص داده شده است. با جمع کردن امتیازات هر فرد و تعیین درصد امتیازات برای وی، سطح دغدغه ۱۵ معلم شرکت کننده، با توجه به جدول (۱) و جدول های مخصوص SOC، مشخص شد. علاوه بر این، برای این ارزیابی، از پرسش نامه، چک لیست مشاهده (تهیه شده توسط پژوهشگر) و مصاحبه های نیمه ساختاری برای تعیین سطح دغدغه معلمان، استفاده شد. هر معلم، یک پرونده مخصوص به خود داشت که نتایج مشاهدات، مصاحبه ها و نتایج حاصل از اجرای پرسش نامه ها، به طور هفتگی و ماهانه، در آنها درج می شد. نتیجه اجرای این پرسش نامه های شرکت کنندگان، در اواسط دوره (فروردین) و در آخر دوره (تیر)، با استفاده از پرسش نامه، مورد ارزیابی قرار

گرفت. در ماههای میانی، با استفاده از مشاهدات و مصاحبه‌ها و یادداشت در چکلیست‌های مربوط، سطوح تعیین شدند. همچنین، برای معلم‌ها، کدهای م ۱ تا م ۱۵ انتخاب شد.

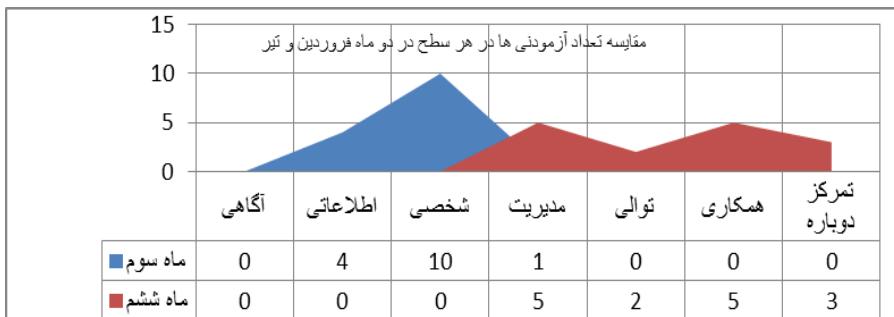
### یافته‌ها

تجزیه و تحلیل داده‌های حاصل از اجرای پیمایش دغدغه‌ها (SOC) در طول شش ماه، نشان داد که در ماه اول، همه ۱۵ معلم شرکت‌کننده در پژوهش، در سطح صفر بودند. در ماه دوم، ۱۱ نفر به سطح ۱ یعنی اطلاعاتی رسیدند. از این بین، معلم م ۴ به سطح (۲) شخصی رسید و تنها سه نفر در سطح صفر ماندند. در ماه سوم، ۱۰ معلم در سطح صفر یعنی شخصی بودند و معلم م ۴ در سطح مدیریتی قرار داشت و کسی در سطح آگاهی نمانده بود. به همین صورت در ماه ششم، همه آن‌ها در سطح ۴ به بالا قرار گرفتند.



### شکل ۳: جدول و نمودار سطوح معلمان در تفکر تابعی طی شش ماه

شکل ۳، جدول و نمودار سطوح معلمان را در دغدغه‌هایشان نسبت به تفکر تابعی در شش ماه متواتی نشان می‌دهد. به طور مثال، از این نمودار معلوم می‌شود که معلم م ۲ در دو ماه اول در سطح صفر یعنی آگاهی قرار دارد، اما در ماه ششم، به سطح ۴ یعنی پیامد رسیده است. شکل ۴، فراوانی آزمودنی‌ها را در سطوح ۰ تا ۶ در ماه سوم (اواسط دوره) و ماه ششم (انتهای دوره) نشان می‌دهد. هم‌چنین، در ماه سوم ۱۰ نفر به سطح شخصی رسیدند که در ماه ششم، همه معلمان از این سطح عبور کرده و به سطح بالاتر دست یافتند. در ماه ششم، همه معلمان، دست‌کم، در سطح ۳ یعنی مدیریت برنامه قرار دارند.

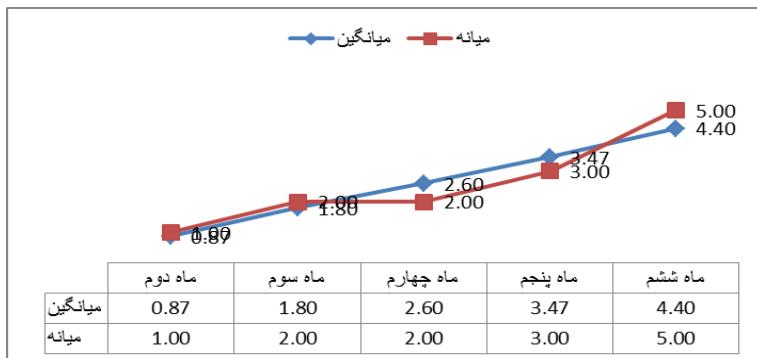


شکل ۴: فراوانی آزمودنی‌ها در هر سطح در ماه‌های سوم و ششم

برای پاسخ به این سؤال که «آیا میانه ماه ششم از صفر (میانه ماه اول) بزرگ‌تر است؟»، از آزمون ناپارامتری ویلکاکسون استفاده شد و فرض  $H_0$  و فرض  $H_1$  به صورت زیر، تدوین شدند.

$SOC : H_0$  معلمان درنتیجه آموزش تفکر تابعی تغییر نمی‌کند. ( $M_1=M_6$ )

$SOC : H_1$  معلمان درنتیجه آموزش تفکر تابعی، رشد می‌کند. ( $M_6 > M_1$ )



شکل ۵: نمودار و جدول میانگین و میانه SOC معلمان- تفکر تابعی

شکل ۵، نمودار و جدول میانگین و میانه مربوط به SOC معلمان را در تفکر تابعی، نشان می‌دهد. با دقت در روند میانگین و میانه در ماههای دوم تا ششم، مشخص می‌شود که این مقادیر، روند افزایشی دارند و در ماه آخر، میانگین به ۵ و میانه به  $\frac{4}{40}$  می‌رسد.

جدول (۲): جدول خروجی آزمون ناپارامتری ویلکاکسون – SOC، تفکر تابعی

میانه‌ی فرضی	P	آزمون ناپارامتری ویلکاکسون	تعداد برای تست		
			تعداد	تعداد	ماه
۱/۰۰۰	۰/۰۰۱	۷۸/۰	۱۲	۱۵	ماه دوم
۲/۰۰۰	۰/۰۰۰	۱۲۰/۰	۱۵	۱۵	ماه سوم
۲/۰۰۰	۰/۰۰۰	۱۲۰/۰	۱۵	۱۵	ماه چهارم
۳/۰۰۰	۰/۰۰۰	۱۲۰/۰	۱۵	۱۵	ماه پنجم
۴/۰۰۰	۰/۰۰۰	۱۲۰/۰	۱۵	۱۵	ماه ششم

از تجزیه و تحلیل<sup>۱</sup> آزمون ناپارامتری ویلکاکسون معلوم شد که مقدار  $P$  در ماههای دوم تا ششم، کوچکتر از  $<0.5$  است ( $P$ )، یعنی میانه از صفر بزرگ‌تر است - جدول (۲) و این بدین معنی است که روشی که برای آموزش تفکر تابعی استفاده شد، مؤثر بوده و فرضیه پژوهش، تأیید شد.

## بحث و نتیجه‌گیری و ارائه الگو

مدتها قبل، کاپوت (۱۹۹۸) همگان را به جبری‌سازی برنامه درسی ریاضیات مدرسه‌ای، فراخواند و متذکر شد که این هدف، تنها زمانی محقق می‌شود که معلمان، حساب را به عنوان ابزاری برای ایجاد درکی شهودی از تعمیم و ساختارهای ریاضی به کار گیرند. در راستای تحقق این هدف، یک دوره آموزشی طراحی و توسط پژوهشگر اجرا شد تا شرکت‌کنندگان، درکی شهودی و قابل‌لمس از تفکر جبری کسب کنند. طی اجرای دوره، برای ارتقای توانمندی‌های آنان، ساختارهای حمایتی پیشنهادی مبتنی بر مدل پذیرش مبتنی بر دغدغه (CBAM)، مورد استفاده قرار گرفت.

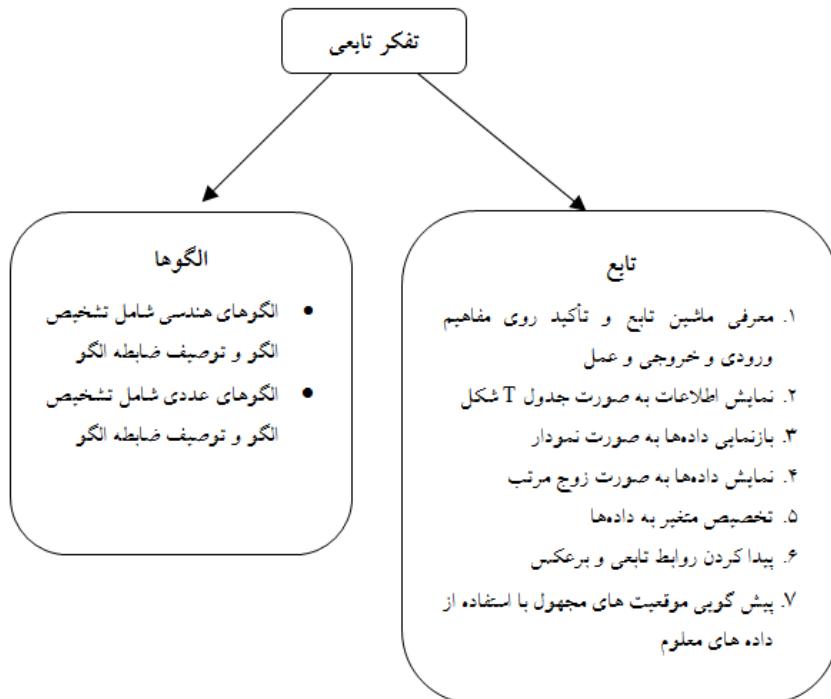
در تلاش برای کدگزاری و مشخص کردن استدلال جبری در دوره ابتدایی، الگویی تنظیم شد که برآمده از یک ماتریس تطبیقی تهیه شده توسط پژوهشگر بود. در این پژوهش، مفهوم پردازی استدلال جبری در دوره ابتدایی، کار با معلمان و فعالیت‌ها و تکلیف‌ها بر اساس این الگو، طراحی و اجرا شد و در هر بخش، تأکید بر تعمیم‌سازی و تأیید بود (شکل ۶).

این پژوهش نشان داد که از زمانی که اجرای دوره آموزشی شروع می‌شود، سیاست‌های آموزشی در اجرا، اهمیت می‌یابند. برای نمونه، ایجاد باورهای مثبت نسبت به برنامه آموزشی، نقش اساسی در ترغیب فرآگیران و ایجاد دغدغه در معلمان دارد. همچنان که تشریح کاربردها و فواید برنامه نیز، در ایجاد باورهای مثبت در آن‌ها، مؤثر است. از سوی دیگر، باید موانع آموزشی نیز مرتفع گردند. علاوه بر این‌ها، تشریح بدفهمی‌ها و آگاه کردن معلمان از نقاط مبهم و مشکل‌زا، مهارت‌های فراشناختی<sup>۲</sup> آنان را ارتقا خواهد داد. این مطالعه مؤید این است که در طول هر دوره

۱ با استفاده از نرم‌افزار SPSS نسخه ۱۹، داده‌ها تحلیل شدند.

2 Metacognition

آموزشی، لازم است به طور مستمر، به شرکت‌کنندگان بازخورد داد تا از میزان پیشرفت‌شان آگاه شوند. به طور کلی، به استناد یافته‌های این پژوهش، در طول یک دوره آموزشی، هفت نکته افزایش دانش، ایجاد باورهای مثبت، آموزش مهارت‌های مرتبط با نوآوری، توضیح مرور اطلاعات، تشریح کاربردهای نوآوری و ارائه بازخورد پس از به کارگیری نوآوری، اهمیت زیادی دارند.



شکل ۶: الگوی تفسیر تابعی برای طراحی تکلیف

یافته‌های این پژوهش، بسط دهنده و توسعه دهنده پژوهش نیلسن<sup>۱</sup> و تورنر<sup>۲</sup> (۱۹۸۷) بود. در آن مطالعه، پژوهشگران مدل CBAM را مورد استفاده قرار دادند، اما تمرکز خود را تنها معطوف به نتیجه تغییر کردند. در حالی که در پژوهش حاضر، با تمرکز بر فرآیند تغییر و فراهم آوردن

1 Neilson

2 Turner

شرایط حمایت از شرکت‌کنندگان در طول دوره که همگی معلم دوره ابتدایی بودند، موجبات تغییر مؤثر آن‌ها را فراهم آورد.

**تقدیر و تشکر:** نویسنده بر خود لازم می‌داند که از آقای دکتر احمد شاهورانی سمتانی و آقای دکتر علیرضا مدقالچی که در انجام این پژوهش، راهنمای وی بودند، سپاسگزاری نماید.

#### منابع

- Anderson, S. (1997). Understanding Teacher Change: Revisiting the Concerns Based Adoption Model. *Curriculum Inquiry*, 27(3), 331–367. Doi:10.1111/0362-6784.00057.
- Asghari, N. Shahvarani, A. & Medgalchi, A. R. (2013). Significant Process of Change for Elementary Teachers to Foster Functional Thinking. *Mathematics Education Bulletin- BOLEMA*, Brazil.
- Blanton, M. L. & Kaput, J. J. (2005). Characterizing a Classroom Practice That Promotes Algebraic Reasoning. *Journal for Research in Mathematics Education*. 36, No. x, 000-000.
- Carpenter, T.P. Franke, M. L. & Levi, L. (2003). *Thinking Mathematically: Integrating Arithmetic and Algebra in the Elementary School*. Portsmouth, NH: Heinmann.
- Carraher, D.W. Schliemann, A.D. Brizuela, B. M. & Ernest, D. (2006). Arithmetic and Algebra in Early Mathematics Education. *Journal for Research in Mathematics Education*, 37(2), 87-115.
- Chazan, D. (1996). Algebra for All Students. *Journal of Mathematical Behavior*. 15(4), 455-477.
- Hall, G. & Hord, S. (2001). *Implementing Change: Patterns, principles and potholes*. Boston, MA: Allyn and Bacon.
- Jacobs, V.R. Franke, M. L. Carpenter, T. P. Levi,L. & Battey, D. (2007). Professional Development Focused on Children's Algebraic Reasoning in Elementary School. *Journal for Research in Mathematics Education*, 38(3), 258-288.
- Kaput, J.J. (1998). Transforming algebra from an engine of inequity to an engine of mathematical power by “algebrafying” the K–12 curriculum. In S. Fennell (Ed.), *The nature and role of algebra in the K–14 curriculum: Proceedings of a national symposium* (pp. 25–26). Washington, DC: National Research Council, National Academy Press.
- Kaput, J. (1999). *Teaching and learning a new algebra*. In E. Fennema & T. Romberg. (Eds.), *Mathematics classrooms that promote understanding* (pp. 133–155). Mahwah, NJ: Erlbaum

- Kenney, P.A. & Silver, E.A. (1997). *Results from the Sixth Mathematics Assessment of the National Assessment of Educational Progress*. Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics.
- Malara, N. & Navarra, G. (2003). *ArAl Project: Arithmetic Pathways towards Favoring Pre-Algebraic Thinking*. Bologna, Italy: Pitagora Editrice.
- National Council of Teachers of Mathematics & Mathematics Sciences Education Board (Eds.), (1998). *The Nature and Role of Algebra in the K-14 Curriculum. Proceedings of a National Symposium*. Washington, DC: National Academy Press.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- Schliemann, A. D. Carraher, D. W. & Brizuela, B. (2006). *Bringing Out the Algebraic Character of Arithmetic: From Children's Ideas to Classroom Practice. Studies in Mathematical Thinking and Learning Series*. Lawrence Erlbaum Associates. Book contract.
- Stephens, A. C. (2008). What Counts as Algebra in the Eyes of Prospective Elementary Teachers? *Journal of Mathematical Behavior*. 27, 33-47
- Warren, E. (2005). Patterns Supporting the Development of Early Algebraic thinking. In P. Clarkson; A. Downton; D. Gronn; M. Horne; A. McDonough; R. Pierce; & A. Roche. (Eds.), *Building Connections: Theory, Research and Practice. Proceedings of the Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia, MERGA-28*. Vol. pp. 759–766. Melbourne: Mathematics Education Research Group of Australasia.

## پیوست الف

### یک نمونه از فعالیت‌های طراحی شده از سوی معلمان

سنا تعدادی کارت و پونز دارد. او کارتهای را روی کارت‌ها می‌نویسد و مانند شکل زیر، با پونز به برد داخل اتفاقش می‌زند تا آن‌ها را فراموش نکند.



برای چسباندن ۶ کارت چه تعداد پونز لازم دارد.

اگر او بخواهد ۲۰ کارت پچسباند چند پونز لازم دارد.  
اگر او یک جعبه پونز بخرد که ۳۰۰ پونز داخل آن باشد، این تعداد برای چسباندن چند کارت کافی است؟

### پیوست ب

#### پرسش نامه تفکر تابعی

##### نام و نام خانوادگی:

لطفاً هر جمله را بخوانید و عددی که در کشما را از اهمیت «تفکر تابعی» نشان می‌دهد، علامت بزنید.

۷ ۶ ۵ ۴ ۳ ۲ ۱ ۰

نامریوط در حال حاضر در مورد من صدق نمی‌کند تا حدی در مورد من صحیح است کاملاً صحیح است

۱- نگرش دانش آموزان به «تفکر تابعی»، برای من اهمیت دارد.

۷ ۶ ۵ ۴ ۳ ۲ ۱ ۰

۲- در حال حاضر، من به روشهایی که می‌توان به وسیله آنها، «تفکر تابعی» را بهتر به دانش آموزان آموخته داد، آشنا هستم.

۷ ۶ ۵ ۴ ۳ ۲ ۱ ۰

۳- من حتی نمی‌دانم «تفکر تابعی» در مورد چیست.

۷ ۶ ۵ ۴ ۳ ۲ ۱ ۰

۴- من از اینکه زمان کافی برای سازماندهی طرح درس روزانه نداشته باشم، نگرانم.

۷ ۶ ۵ ۴ ۳ ۲ ۱ ۰

۵- دوست دارم که دیگر همکارانم را در الحقاق «تفکر تابعی»، به آموخته ریاضی شان، کمک کنم.

۷ ۶ ۵ ۴ ۳ ۲ ۱ ۰

۶- من دانش بسیار محدودی در مورد «تفکر تابعی» دارم.

۷ ۶ ۵ ۴ ۳ ۲ ۱ ۰

۷- من دوست دارم تأثیر استفاده از «تفکر تابعی» را در آموخته ریاضی ام در موقعیت حرفه‌ای و شغلی ام بدانم.

۷ ۶ ۵ ۴ ۳ ۲ ۱ ۰

۸- من نگران تضاد بین علاقتم در «تفکر تابعی» و توان پاسخگویی ام در تدریس دیگر مفاهیم ریاضی هستم.

۷ ۶ ۵ ۴ ۳ ۲ ۱ ۰

۹- من در مورد تجدیدنظرم در استفاده از «تفکر تابعی»، نگران هستم.

۷ ۶ ۵ ۴ ۳ ۲ ۱ ۰

۱۰- دوست دارم کارم را هم در داخل گروه با همکارانم هم در بیرون از گروه در استفاده از «تفکر تابعی» توسعه دهم.

۷ ۶ ۵ ۴ ۳ ۲ ۱ ۰

۱۱- در مورد چگونگی تأثیر «تفکر تابعی» در دانش آموزان، نگران هستم.

۷ ۶ ۵ ۴ ۳ ۲ ۱ ۰

۱۲- «تفکر تابعی» برای من اهمیت ندارد.

۷ ۶ ۵ ۴ ۳ ۲ ۱ ۰

۱۳- من دوست دارم بدانم که چه کسی در مورد نحوه استفاده ما از «تفکر تابعی» تصمیم خواهد گرفت.

۷ ۶ ۵ ۴ ۳ ۲ ۱ ۰

۱۴- دوست دارم در مورد امکان استفاده از «تفکر تابعی» بحث کنم.

۷ ۶ ۵ ۴ ۳ ۲ ۱ ۰

۱۵- دوست دارم بدانم اگر ما تصمیم بگیریم از «تفکر تابعی» استفاده کنیم، چه منابعی وجود دارد.

۷ ۶ ۵ ۴ ۳ ۲ ۱ ۰

۱۶- من از ناتوانی ام در مدیریت همه آنچه باید در «تفکر تابعی» تدریس شود، نگران هستم.

۷ ۶ ۵ ۴ ۳ ۲ ۱ ۰

۱۷- دوست دارم بدانم برای تغییر تدریس و مدیریت من در کلاس، چه حمایت‌هایی انجام می‌شود.

۷ ۶ ۵ ۴ ۳ ۲ ۱ ۰

۱۸- دوست دارم دیگر هم کلاسی‌ها و یا اشخاص را با فرآیند تلفیق «تفکر تابعی» در آموزش ریاضی آشنا کنم.

۷ ۶ ۵ ۴ ۳ ۲ ۱ ۰

۱۹- من در مورد ارزیابی تأثیرم بر دانش آموزان، نگران هستم.

۷ ۶ ۵ ۴ ۳ ۲ ۱ ۰

۲۰- دوست دارم در مورد رویکرد آموزشی به «تفکر تابعی»، تجدیدنظر کنم.

۷ ۶ ۵ ۴ ۳ ۲ ۱ ۰

۲۱- من به طور کامل، از عهده انجام دیگر کارها برمنی آیم.

۷ ۶ ۵ ۴ ۳ ۲ ۱ ۰

۲۲- دوست دارم تا استفاده‌مان از «تفکر تابعی»، را بر اساس تجربیاتمان از دانش آموزان اصلاح کنیم.

۷ ۶ ۵ ۴ ۳ ۲ ۱ ۰

۲۳- اگرچه در مورد «تفکر تابعی» چیزی نمی‌دانم، اما در مورد دیگر مسائل دوره‌برم حساس هستم.

۷ ۶ ۵ ۴ ۳ ۲ ۱ ۰

۲۴- دوست دارم دانش آموزانم را در مورد نقاشیان در آموزش «تفکر تابعی» تشویق و برانگیخته کنم.

۷ ۶ ۵ ۴ ۳ ۲ ۱ ۰

ارائه الگویی برای ارتقای توانمندی معلمان دوره ابتدایی...

-۲۵- من در مورد اتلاف وقت با کار با مسائل غیرعلمی مربوط «تفکر تابعی» نگران هستم.

۰ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶ ۷

-۲۶- دوست دارم بدانم که آیا «تفکر تابعی» در آینده نزدیک مورد استفاده قرار خواهد گرفت.

۰ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶ ۷

-۲۷- دوست دارم که تلاش‌هایم را با دیگران هماهنگ کنم تا تأثیر استفاده از «تفکر تابعی» را در آموزش ریاضی به حد اکثر برسانم.

۰ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶ ۷

-۲۸- دوست دارم اطلاعات بیشتری در مورد زمان و انرژی لازم برای معرفی «تفکر تابعی» در تدریس ریاضی ام بدانم.

۰ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶ ۷

-۲۹- دوست دارم بدانم دیگر معلمان چگونه ب «تفکر تابعی» کار می‌کنند.

۰ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶ ۷

-۳۰- در حال حاضر علاقه‌ای به یادگیری «تفکر تابعی»، دو نحوه تدریس آن در آموزش ریاضی ندارم.

۰ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶ ۷

-۳۱- دوست دارم چگونگی ضمیمه کردن یا اضافه کردن یا جایگزینی روشنی که «تفکر تابعی» را بکار می‌برم، تعیین کنم.

۰ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶ ۷

-۳۲- دوست دارم از دانش آموزان برای تغییر روشنی که «تفکر تابعی» را در آموزش ریاضی تلفیق می‌کنم بازخورد دریافت کنم.

۰ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶ ۷

-۳۳- می‌خواهم بدانم زمانی که «تفکر تابعی» را به کار می‌گیرم چگونه نقش من در تدریس تغییر می‌کند.

۰ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶ ۷

-۳۴- هماهنگ کردن تمرین‌ها و افراد زمان زیادی از من می‌گیرد.

۰ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶ ۷

-۳۵- دوست دارم بدانم چگونه تلفیق «تفکر تابعی» بهتر از روش تدریسی است که ما در حال حاضر داریم.

۰ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶ ۷