



ظرفیت آموزش مسائل مدل‌سازی برای تغییر نگرش دانش‌آموزان نسبت به ریاضی<sup>۱</sup>

**The potential of Teaching Modelling Problems for Changing Students' Attitude towards Mathematics**

Z. Parhizgar, H. Alamolhodaei (Ph.D),  
M. Jabbari Nooghabi (Ph.D)

زکیه پرهیزگار<sup>۲</sup>، دکتر حسن علم الهدایی<sup>۳</sup>،  
دکتر مهدی جباری نوقایی<sup>۴</sup>

**Abstract:** The National curriculum of Islamic Republic of Iran has been focused on promoting students' modeling skills. In consideration of this emphasis, this study has investigated the attitudes towards mathematics and the views towards mathematical modeling problems of 244 students in grade 10. This research was conducted with a pre-test, followed by an educational intervention and a post-test. During the educational intervention, two groups of students with different instructional formats; the direct teaching method, which is teacher-centered, and the operative-strategic method, which is student-centered, attended 6 sessions of modeling problem-solving. In order to gather data for the study, a Likert scale and an open questionnaire were used. The results of this study showed that teaching modeling problems improved students' attitudes towards mathematics in both groups. While most students had positive attitudes that expressed the modeling problems as interesting and applicable, other students had negative comments.

**Keywords:** math attitude; mathematical modeling problems; teaching methods

**چکیده:** با توجه به تأکید سند برنامه درسی ملی جمهوری اسلامی ایران بر ارتقای مهارت‌های مدل‌سازی دانش‌آموزان، این مطالعه به بررسی نگرش ریاضی و نظرات ۲۴۴ دانش‌آموز پایه دوم متوسطه درباره مسائل مدل‌سازی ریاضی می‌پردازد. این تحقیق به صورت پیش‌آزمون-مداخله آموزشی-پس‌آزمون برگزار شد. مداخله آموزشی به این صورت بود که دانش‌آموزان در دو گروه با شیوه آموزشی متفاوت شیوه آموزشی مستقیم (معلم‌محور) و شیوه استراتژی عمل‌گرا (دانش‌آموز محور) طی ۶ جلسه به حل مسائل مدل‌سازی ریاضی پرداختند. برای جمع‌آوری اطلاعات از یک پرسشنامه در مقیاس لیکرت و یک پرسشنامه باز پاسخ استفاده شد. نتایج این مطالعه نشان داد که آموزش مسائل مدل‌سازی در هر دو گروه آموزشی، بهبود نگرش ریاضی دانش‌آموزان را به همراه داشته است. به علاوه، درحالی‌که اغلب دانش‌آموزان درباره مسائل مدل‌سازی نگرش مثبتی دارند، آن‌ها را کاربردی و جالب توصیف کردند، برخی هم نظراتی منفی داشتند. **واژگان کلیدی:** نگرش ریاضی، مسائل مدل‌سازی ریاضی، روش‌های آموزشی

۱ مستخرج از رساله دکتری « بررسی تأثیر آموزش مسائل مدل‌سازی ریاضی بر تجربه جریان و عملکرد دانش‌آموزان در مسائل مختلف ریاضی، جهت‌گیری هدف و نگرش ریاضی آن‌ها » می‌باشد که در دانشگاه فردوسی مشهد انجام شده است. تاریخ دفاع: تابستان ۹۶

۲ دانشجوی دکتری آموزش ریاضی، دانشگاه فردوسی مشهد، رایانامه: zakieh.parhizgar@gmail.com

۳- استاد دانشگاه فردوسی مشهد (نویسنده مسئول)، رایانامه: alamolhodaei@yahoo.com

۴- استادیار دانشگاه فردوسی مشهد، رایانامه: jabbarinm@um.ac.ir

## مقدمه

یکی از چالش‌های جدی در زمینه هدف‌گذاری برنامه درسی ریاضی نقش کاربردهای دنیای واقعی در برنامه درسی است (هاوسون<sup>۱</sup>، ۱۹۹۵). در سند برنامه درسی ملی ایران (۱۳۹۱) از مدل‌سازی در قلمرو حوزه «تربیت و یادگیری ریاضیات» یاد می‌شود. در این سند آمده است: «وجه مهم ریاضی توانمندسازی انسان برای توصیف دقیق موقعیت‌های پیچیده، پیش‌بینی و کنترل وضعیت‌های ممکن مادی طبیعی، اقتصادی، اجتماعی است» (ص ۲۵).

بنابراین توانایی به‌کارگیری ریاضی در حل مسائل روزمره و انتزاعی، از اهداف اساسی آموزش ریاضی است. همچنین در بخش جهت‌گیری‌های کلی در سازماندهی محتوا و آموزش این حوزه بر کاربرد ریاضیات تأکید شده است: «در ریاضیات مدرسه‌ای فعالیت‌های آموزشی باید برخاسته از ریاضیات محیط پیرامون باشد و به دانش‌آموزان کمک کند تا مفاهیم و گزاره‌های ریاضی را در محیط پیرامونی خود مشاهده، تجزیه و تحلیل و درک کنند و برای مفاهیم ریاضی در محیط پیرامونی تعبیرهای گوناگون به دست آورند» (ص ۲۶).

در این راستا فرودنتال<sup>۲</sup> (۱۹۹۱ به نقل از غلام‌آزاد، ۱۳۹۳) معتقد است که ریاضی باید متصل به واقعیت باشد، نزدیک به دانش‌آموز بماند و مرتبط با مسائل جامعه باشد. هم‌چنین، انگلیش<sup>۳</sup> و سریرامن<sup>۴</sup> (۲۰۱۰) ادعا می‌کنند که هرچه بیشتر بتوانیم مسائل دنیای واقعی را در برنامه درسی ریاضی بگنجانیم شانس ما برای بالا بردن انگیزه دانش‌آموزان و بهتر کردن مهارت‌های حل مسئله آن‌ها بیشتر می‌شود. از این‌رو انتظار می‌رود که با فراهم کردن فعالیت‌هایی که در آن‌ها به واقعیت ارجاع داده شده است، فرآیند یادگیری تقویت و انگیزه دانش‌آموزان بیشتر شود، عواطف مثبت فعال شوند و همچنین دانش‌آموزان بیشتری

---

1 Howson  
2 Freudenthal  
3 English  
4 Sriraman

آموزش مسائل مدل سازی و تغییر نگرش دانش‌آموزان....

به ریاضیات علاقه‌مند شوند (اسچاکاجلو<sup>۱</sup>، لایس<sup>۲</sup>، پکرون<sup>۳</sup>، بلوم<sup>۴</sup>، مولر<sup>۵</sup> و مسنر<sup>۶</sup>، ۲۰۱۲). از طرف دیگر، برخی از تحقیقات (علم‌الهدایی، ۱۳۸۸) نشان می‌دهند که بعضی از دانش‌آموزان انگیزه لازم برای یادگیری ریاضی ندارند به این دلیل که آن‌ها ریاضی را مرتبط با زندگی واقعی نمی‌دانند و اغلب ریاضی را با بی‌حوصلگی و یا اضطراب کار می‌کنند.

یکی از موضوعات مهم در کنفرانس‌های بین‌المللی آموزش ریاضی<sup>۷</sup>، بررسی رویکرد مدل‌سازی و کاربردها برای فراهم آوردن محیطی است که دانش‌آموزان باورهای مناسبی درباره ریاضی و همچنین نگرش مثبتی به ریاضی داشته باشند (بلوم و همکارانش، ۲۰۰۲)؛ بنابراین باوجود اهمیت رویکرد مدل‌سازی و کاربردها در سند برنامه درسی، مطالعه حاضر با آموزش مسائل مدل‌سازی ریاضی به دانش‌آموزان پایه دهم سعی بر آن است که ظرفیت رویکرد مدل‌سازی و کاربردها را برای بهبود نگرش ریاضی دانش‌آموزان مورد بررسی قرار دهد و به دنبال آن باشد که آیا واقعاً مسائل مدل‌سازی ریاضی که در دنیای واقعی مطرح می‌شوند، نگرش مثبتی در دانش‌آموزان ایجاد می‌کنند؟

همچنین، با توجه به اهمیت نقش محیط‌های آموزشی در نگرش دانش‌آموزان، در این تحقیق دو روش آموزشی معلم‌محور و دانش‌آموز‌محور اجرا می‌شود که هدف از به‌کارگیری دو شیوه آموزشی، مقایسه نقش محیط‌های آموزشی متفاوت در نگرش ریاضی دانش‌آموزان نسبت به مسائل مدل‌سازی است.

درواقع هدف اصلی این مطالعه بررسی تأثیر آموزش مسائل مدل‌سازی (به دو شیوه آموزشی معلم‌محور و دانش‌آموز‌محور) بر روی نگرش ریاضی دانش‌آموزان سال پایه دهم و اطلاع از نظرات آن‌ها درباره این دسته از مسائل ریاضی است.

1 Schukajlow

2 Leiss

3 Pekrun

4 Blum

5 Muller

6 Messner

7 International Congress on Mathematical Education

بنابراین این تحقیق برای پاسخ دادن به سؤالات زیر طراحی و انجام شد:

سؤال ۱. آموزش مسائل مدل‌سازی ریاضی چه تأثیری بر روی نگرش ریاضی دانش‌آموزان دارد؟

سؤال ۲. آیا نگرش ریاضی دانش‌آموزان بین روش‌های آموزشی معلم‌محور و دانش‌آموز محور تفاوت دارد؟

سؤال ۳. دانش‌آموزان چه نظراتی درباره مسائل مدل‌سازی دارند؟

## ادبیات و پیشینه تحقیق

### مسائل مدل‌سازی

مدل‌سازی ریاضی بیانگر به‌کارگیری ریاضی در حل مسائلی در موقعیت‌های زندگی واقعی است که ساختار منظمی ندارند (گالبریث<sup>۱</sup> و کلتورثی<sup>۲</sup>، ۱۹۹۰) در مسائل مدل‌سازی دانش‌آموزان باید ابتدا موقعیت مسئله را درک کنند و سپس بتوانند به طریقی که برای خودشان معنادار هست، به زبان ریاضی بیان کنند (انگلیش و سریرامن، ۲۰۱۱).

یکی از مدل‌هایی که برای توصیف فعالیت‌های مدل‌سازی می‌توان به آن اشاره نمود چرخه مدل‌سازی پیشنهاد شده توسط بلوم و لایس (۲۰۰۷) است. در این مدل، مدل‌سازی می‌تواند فرآیند حل یک مسئله باشد که با یک دنباله هفت گامی مشخص می‌شود: ۱. فهم مسئله و ایجاد یک مدل وابسته به موقعیت؛ ۲. ساده‌سازی و ساختاردهی مدل وابسته به موقعیت و بنابراین ساختن یک مدل واقعی؛ ۳. ریاضی‌سازی کردن یعنی تبدیل مدل واقعی به یک مدل ریاضی؛ ۴. به‌کارگیری رویه‌های ریاضی به منظور استخراج یک نتیجه؛ ۵. تفسیر نتایج ریاضی با توجه به واقعیت و بنابراین دستیابی به نتیجه واقعی؛ ۶. اعتبارسنجی این نتیجه با ارجاع به موقعیت اصلی؛ اگر نتایج رضایت‌بخش نبود، فرآیند مدل‌سازی دوباره از گام دوم شروع می‌شود؛ ۷. ارائه کل فرآیند حل مسئله. تمایز بین این گام‌ها

---

1 Galbraith

2 Clatworthy

آموزش مسائل مدل سازی و تغییر نگرش دانش آموزان....

توسط دانش آموزان هنگام حل مسائل برای ساختاردهی مجدد فرآیند مدل سازی، سودمند است. البته فرآیندهای حل دانش آموزان معمولاً خطی نیست بلکه به طور پیوسته بین واقعیت و ریاضی حرکت می کنند، در واقع بارها به عقب برمی گردند و دوباره گام ها را طی می کنند (برومی فری<sup>۱</sup>، ۲۰۰۷).

چرخه های مدل سازی دیگری در فرآیند مدل سازی وجود دارد (برومی فری، ۲۰۰۶، گالبریث و استیلمن، ۲۰۰۶). در مطالعه حاضر، جلسات آموزشی مسائل مدل سازی ریاضی بر مبنای چرخه مدل سازی بلوم و لایس (۲۰۰۷) طراحی و اجرا شد. زیرا در این مدل فعالیت های شناختی لازم که در یک فرآیند مدل سازی واقعی اتفاق می افتد، وجود دارد. همچنین به طور شفاف می توان مشاهدات و تحلیل های لازم را سازماندهی کرد (اسچاکاجلو و همکارانش، ۲۰۱۲).

### نگرش نسبت به ریاضی

نگرش از سازهایی است که با توجه به زمینه مورد استفاده آن تعاریف متفاوتی دارد. در حوزه روانشناسی و تعلیم و تربیت، نگرش، دربرگیرنده ابعاد شناختی، ارزشی، عاطفی و کنشی است. بُعد شناختی به داشتن باورها یا عقاید آگاهانه اشاره دارد؛ بُعد ارزشی به مثبت یا منفی بودن جهت گیری عاطفی فرد معطوف است؛ بُعد عاطفی به زمینه هیجانی و عاطفی فرد نسبت به موضوع مورد نظر اشاره دارد و بُعد کنشی بر جهت گیری برای انجام دادن یک رفتار ویژه تأکید می کند (ربر و ربر، ۲۰۰۱). نگرش نسبت به ریاضی می تواند به این که یک شخص به طور خاص تا چه اندازه ریاضی را دوست دارد یا از آن دوری می گزیند، اشاره داشته باشد و یا این که تا چه حد درک و یادگیری ریاضیات را در زندگی خود مهم یا بی اهمیت می داند (هانیولا<sup>۲</sup> ۲۰۰۲، ما<sup>۳</sup> و کیشور<sup>۴</sup> ۱۹۹۷). در این راستا، ایکن<sup>۵</sup>

---

1 Borromeo Ferri

2 Hannula

3 Ma

4 Kishor

5 Aiken

(۱۹۷۹) نگرش نسبت به ریاضی را سازه‌ای مشتمل بر چند بعد می‌داند که شامل لذت بردن از درگیر شدن در تکالیف ریاضی - چه در تجارب تحصیلی و چه در زندگی روزمره- باورهای فرد در مورد ارزش و اهمیت ریاضی و میزان ترس از رویارویی از موقعیت‌هایی است که مستلزم به‌کارگیری دانش ریاضی‌اند (نقل شده در رضویه، سیف، طاهری، ۱۳۸۴).

تحقیقات نشان می‌دهند که عوامل متعددی از جمله حمایت معلم، تعاملات بین دانش‌آموزان و انتظارات رفتاری و تحصیلی از معلم به‌طور معناداری با نگرش و رفتارهای دانش‌آموزان ارتباط دارد. به‌عنوان مثال، در محیط‌های آموزشی که معلمان نقش حامی را دارند، احساسات مثبت و اعتماد به نفس دانش‌آموزان درباره توانایی‌هایشان برای موفقیت، ارتقا می‌یابد (آکی<sup>۱</sup> ۲۰۰۶). از این رو روش آموزشی معلم می‌تواند عامل مهمی در تغییر نگرش دانش‌آموزان باشد. در این راستا می‌توان به تحقیق آکینسولا<sup>۲</sup> و آلووژایا<sup>۳</sup> (۲۰۰۸) اشاره داشت، آن‌ها با اتخاذ دو روش آموزشی دریافتند که روش آموزشی که توسط معلمان در کلاس درس به کار گرفته می‌شود، در تغییر نگرش ریاضی دانش‌آموزان تأثیر جدی دارد.

علاوه بر روش آموزشی، مرتبط بودن موضوعات ریاضی با نیازهای دانش‌آموزان نیز حائز اهمیت است و نقش برجسته‌ای بر انگیزش دانش‌آموزان برای یادگیری ریاضیات دارد، به‌طور مثال، در تحقیق هاردری<sup>۴</sup> (۲۰۱۱)، وی دریافت که با استفاده از راه‌های مختلف درگیر کردن دانش‌آموزان در کلاس درس و به همان اندازه، آموزش کاربردهای ریاضی به دانش‌آموزان، می‌توان خودکارآمدی و انگیزه آن‌ها را برای تلاش در مسائل پر چالش ارتقا داد. از این رو، به نظر می‌رسد که مسائل مدل‌سازی ریاضی که چالش برانگیز و مرتبط به دنیای واقعی هستند، می‌توانند زمینه‌ای باشند برای تغییر نگرش دانش‌آموزان در درس ریاضی، اگر که با شیوه‌ای مناسب به دانش‌آموزان آموزش داده شوند. در این راستا،

---

1 Akey

2 Akinsola

3 Olowojaiye

4 Hardre

آموزش مسائل مدل سازی و تغییر نگرش دانش‌آموزان....

براک<sup>۱</sup> و گایگر<sup>۲</sup> (۲۰۱۱)، با وارد کردن مسائل مدل‌سازی در کلاس درس ریاضی دریافتند که دانش‌آموزان عمدتاً به این دسته از مسائل علاقمند هستند و حتی این نوع مسائل باعث تغییر نگرش ریاضی دانش‌آموزان هم شده است.

### روش آموزشی

روش‌های تدریسی که بر فعال بودن دانش‌آموز تأکید می‌کنند، اغلب در برابر روش سخنرانی سنتی است که در آن معلم اطلاعاتی را فراهم نموده و ارائه می‌کند و این اطلاعات به صورت منفعلانه توسط دانش‌آموز دریافت می‌شوند (پرینس<sup>۳</sup>، ۲۰۰۴).

ویژگی‌های محیط آموزشی مانند روش آموزشی، تعاملات دانش‌آموزان با هم و هم‌چنین تعاملات دانش‌آموزان با معلم در کلاس درس، بر روی احساسات دانش‌آموزان تأثیرگذار است. به‌طور مثال، فرنزل<sup>۴</sup>، پکرون<sup>۵</sup> و گوتز<sup>۶</sup> (۲۰۰۷)، با بررسی رابطه بین درک دانش‌آموزان از محیط کلاس درس و تجربه احساساتی مانند لذت، اضطراب، عصبانیت و بی‌رغبتی در ریاضی، دریافتند که بین درک فرد از کیفیت تدریس ریاضی و تجربه عاطفی او در یادگیری ریاضی ارتباط قوی وجود دارد، بدین صورت که هرچه دانش‌آموزان بیشتر از کیفیت تدریس معلم خود رضایت داشتند، لذت بیشتری را تجربه می‌کردند و به همان نسبت احساس خشم و بی‌حوصلگی و اضطراب نسبت به درس ریاضی در آن‌ها کمتر دیده می‌شد. انگیزش یک فرآیند پویا است زیرا به‌طور مداوم جریان دارد و با آغاز فعالیت شکل می‌گیرد و یا ممکن است با تأثیر عوامل درونی یا بیرونی تغییر شکل دهد (جارولا<sup>۷</sup>، وُلِت<sup>۸</sup> و جارونوها<sup>۹</sup>، ۲۰۱۰). به نظر می‌رسد که فعالیت‌های یادگیری و آموزشی دانش‌آموز محور نقش پررنگ‌تری بر روی افزایش انگیزش و احساسات مثبت در دانش‌آموزان دارد

---

1 Bracke

2 Geiger

3 Prince

4 Frenzel

5 Pekrun

6 Goetz

7 Jarvela

8 Volet

9 Jarvenoja

(هانزه<sup>۱</sup> و برگر<sup>۲</sup>، ۲۰۰۷؛ گلازر زیکودو<sup>۳</sup>، فاب<sup>۴</sup>، لانکمن<sup>۵</sup>، متز<sup>۶</sup> و رندلر<sup>۷</sup>، ۲۰۰۵). به‌ویژه مسائل و فعالیت‌های یادگیری که وابسته به دنیای واقعی هستند و به صورت دانش‌آموز محور اجرا می‌شوند، می‌تواند با ارزش‌تر (از لحاظ افزایش انگیزه و خودمحموری دانش‌آموزان، یادگیری بهتر مفاهیم و به‌کارگیری آن‌ها و...) از سخنرانی‌های معلم‌محور باشد که در آن‌ها بیشتر اطلاعات مربوطه، توسط معلم ارائه می‌شوند (نورمن<sup>۸</sup> و اسمیت<sup>۹</sup>، ۱۹۹۲).

### روش تحقیق

روش پژوهش توصیفی تحلیلی و از نوع نیمه تجربی و مطالعه طرح میدانی است. اجرای این تحقیق به صورت پیش‌آزمون - پس‌آزمون (پس‌آزمون پس از مداخله آموزشی اندازه‌گیری شد) انجام گرفته است. در مطالعه حاضر، دلیل استفاده از مداخله آموزشی آن بود که بنا به گفته معلمان مدرسه، دانش‌آموزان تجربه حل مسائل مدل‌سازی را نداشتند؛ بنابراین در یک دوره شش‌هفته‌ای، شش جلسه آموزش (هر جلسه در هفته به مدت ۴۰ تا ۶۰ دقیقه) اعمال گردید. در این جلسات به حل شش مسئله مدل‌سازی ریاضی در ارتباط با قضیه فیثاغورث و توابع خطی پرداخته شد. هم‌چنین، مداخله آموزشی به دو شکل متفاوت، اجرا گردید که عبارت‌اند از: شیوه آموزشی مستقیم (معلم محور) و شیوه استراتژی عملگر (دانش‌آموز محور) (بلوم، ۲۰۱۱). قبل و بعد از شش جلسه آموزش، از دانش‌آموزان خواسته شد که پرسشنامه در نظر گرفته شده برای نگرش ریاضی را تکمیل نمایند.

شرکت‌کنندگان در این مطالعه ۲۴۴ دانش‌آموز دختر ۱۶-۱۵ ساله پایه دهم از سه دبیرستان غیردولتی ناحیه چهار آموزش پرورش شهر مشهد بودند. درواقع، جامعه آماری

- 
- 1 Hanze
  - 2 Berger
  - 3 Glazer-Zikodo
  - 4 Fub
  - 5 Laukenmann
  - 6 Metz
  - 7 Randler
  - 8 Norman
  - 9 Smidt



آموزش مسائل مدل سازی و تغییر نگرش دانش‌آموزان....

دانش‌آموزان پایه دهم مدارسی از ناحیه چهار در نظر گرفته شدند که با توجه به تجربه پنج‌ساله تدریس یکی از نویسندگان در آن‌جا و آشنایی با چگونگی وضعیت علمی و فرهنگی دانش‌آموزان، این گمان می‌رفت که این دانش‌آموزان همکاری لازم را در اجرای تحقیق داشته باشند. همچنین، برآورد حجم نمونه با استفاده از نرم‌افزار PASS انجام شد، با در نظر گرفتن حداقل توان ۸۰ درصد برای آزمون استودنت برای دو گروه وابسته (معادل ناپارامتری آن، آزمون ویلکاکسون) و سطح معنی‌داری ۵ درصد و نتایج به‌دست‌آمده از مطالعه اسپچاکاجلو و همکارانش (۲۰۱۲)، به ترتیب ۷۲ نفر برای گروه دانش‌آموز محور و ۱۷۲ نفر برای گروه معلم‌محور برآورد شد.

در نهایت این مطالعه در نه کلاس درس در نیمسال اول سال تحصیلی ۱۳۹۳-۱۳۹۲ انجام شد (جمعیت هر کلاس بین ۲۹ تا ۳۳ دانش‌آموز بود). میانگین نمره ریاضی هر کلاس بر اساس نمره ریاضی سال قبل (پایه نهم) شرکت‌کننده‌ها، تعیین گردید که میانگین نمره‌ها بین ۱۹ تا ۲۰ متغیر بود. در واقع سعی بر آن بود تا سطح تمام کلاس‌ها یکسان باشد.

آموزش مسائل مدل‌سازی در این نه کلاس، توسط سه معلم انجام گرفت که همه آن‌ها قبل از شروع کار با مسائل مدل‌سازی آشنا شده و آموزش‌های لازم را کسب کردند. همچنین، تمام مسائل جلسات آموزشی با پاسخ کامل به آن‌ها ارائه گردید. لازم به ذکر است که یکی از معلمان شرکت‌کننده در این تحقیق، نویسنده این مقاله است که هفت کلاس توسط وی اداره شد و دو معلم دیگر مسئولیت انجام تحقیق به شیوه معلم‌محور را بر عهده داشتند که این شیوه با توجه به نوع تدریس آن‌ها در کلاس درس همخوانی داشت، بنابراین معلمان با دقت، دو نوع آموزش را به کار گرفتند.

## مداخله آموزشی

برای مداخله آموزشی این مطالعه، در ابتدای هر جلسه به دانش‌آموزان یک مسئله مدل-سازی همراه با یک «نقشه حل<sup>۱</sup>» داده می‌شود که این نقشه شامل چهار گام زیر است (بلوم، ۲۰۱۱):

- گام اول: درک مسئله (خواندن متن به دقت و تصور کردن موقعیت به طور واضح! به دنبال چه هستی؟ یه طرح بکش!)
  - گام دوم: جستجوی ریاضی (به دنبال داده‌هایی که احتیاج دارید باشید؛ در صورت لزوم، فرضیه سازی کنید! به دنبال روابط ریاضی باشید!)
  - گام سوم: استفاده از روش‌های ریاضی (رویه‌های ریاضی مناسب را به کار ببرید!)
  - گام چهارم: توضیح نتایج (نتایج را به مسئله ربط دهید. در صورت لزوم، به مرحله یک بروید! جواب نهایی خود را بنویسید!)
- با توجه به به‌کارگیری دو شیوه آموزشی (معلم محور و دانش‌آموز محور) دانش‌آموزان به دو گروه تقسیم شدند به طوری که در شش کلاس، شیوه آموزشی معلم محور (مستقیم) - که با الهام از روش اجرایی بلوم (۲۰۱۱) است - اجرا شد. در این روش، ابتدا معلم مسئله مدل‌سازی را پای تابلو می‌نوشت، سپس دانش‌آموزان ایده‌ها و نظرات خود را در کلاس مطرح می‌کردند و معلم از دانش‌آموزان می‌خواست که روی حل مسئله فکر کنند و در نهایت یک راه‌حل مشترک از طریق تعامل بین معلم و دانش‌آموزان ارائه و پاسخ مسئله روی تخته نوشته می‌شد.

همچنین در سه کلاس دانش‌آموزان به شیوه آموزشی دانش‌آموز محور بر روی همان مسائل مدل‌سازی کار می‌کردند. به این ترتیب که در گروه‌های سه تا پنج نفره به حل مسائل مدل‌سازی می‌پرداختند. معلم بر کار هر گروه نظارت داشت و سعی می‌کرد با سؤالات مناسب دانش‌آموزان را هدایت کند. اصول لازم برای این روش تدریس، موارد زیر بودند:

---

### 1 Solution Plan

آموزش مسائل مدل سازی و تغییر نگرش دانش آموزان....

- معلمان قبل از راهنمایی‌های لازم به دانش آموزان، ابتدا از مداخلات استراتژیک استفاده می‌کردند (به طور مثال «دوباره صورت مسئله را بخوان» یا «یک طرح بکش»).
  - اعمال تغییر سیستماتیک بین کار مستقل در گروه‌ها و فعالیت‌های کل کلاس که توسط معلم بین این دو ارتباط برقرار می‌شد؛ به‌خصوص برای مقایسه راه‌حل‌های مختلف.
  - دانش آموزان ابتدا به‌تنهایی مسئله را می‌خواندند تا موقعیت داده‌شده را درک نمایند و ایده اولیه برای شروع کار گروهی را داشته باشند، سپس به کار مشارکتی (تبادل ایده‌ها با یکدیگر در گروه) می‌پرداختند (بلوم، ۲۰۱۱).
- به‌عنوان نمونه یکی از مسائلی که در جلسات آموزشی روی آن کار شد، مسئله کفش‌های غول است (شکل ۱):



کفش‌های غول: در یک مرکز ورزشی در فیلیپین یک جفت کفش به نمایش گذاشته شده است که این کفش‌ها با عرض ۲,۳۷ متر و طول ۵,۲۹ متر، طبق کتاب رکوردهای گینس بزرگترین کفش‌های دنیا هستند. قد یک غول چقدر باید باشد تا این کفش‌ها اندازه پاهای او باشد (بلوم ۲۰۱۱).

شکل ۱ مسئله مدل‌سازی «کفش‌های غول»

### ابزار اندازه‌گیری

در این تحقیق به بررسی نگرش ریاضی، نظرات و باورهای دانش‌آموزان درباره مسائل مدل‌سازی پرداخته شد. از یک پرسشنامه در مقیاس لیکرت و یک پرسشنامه با سؤالات

باز پاسخ برای ارزیابی نگرش ریاضی و نظرات دانش‌آموزان درباره مسائل مدل‌سازی ریاضی استفاده شد. نگرش دانش‌آموزان درباره ریاضی بر اساس پرسشنامه تاپیا<sup>۱</sup> و مارش<sup>۲</sup> (۲۰۰۴)، مورد سنجش قرار گرفت. در پژوهش حاضر روایی سازه‌ای مقیاس نگرش از طریق محاسبه ضریب آلفای کرونباخ احراز شد (جدول ۱).

جدول ۱- روایی مقیاس نگرش ریاضی

روایی (آلفا کرونباخ)		
نگرش ریاضی	نگرش ریاضی	نگرش ریاضی
۰.۹۵۹	۰.۹۵۸	

این پرسشنامه در تحقیقات مختلفی مورد استفاده قرار گرفته است (به طور مثال ببینید، آفاری<sup>۳</sup>، ۲۰۱۳). این مقیاس مشتمل بر ۴۰ گویه است و پاسخ به گویه‌های آن بر اساس مقیاس پنج بخشی لیکرت از «بسیار مخالفم» تا «بسیار موافقم» نمره‌گذاری شده است. به‌عنوان مثال برخی از سؤالات پرسشنامه عبارت‌اند از:

- ریاضیات مبحث بسیار ضروری و ارزشمندی است؛
- در کلاس ریاضی، از هر کلاس دیگری خوشحال‌ترم؛
- ریاضیات موضوع خیلی جذابی است؛
- تمایل دارم که بیشتر از مقدار معمول ریاضی را فرا بگیرم؛

همچنین برای بررسی نگرش دانش‌آموزان نسبت به سؤالات مدل‌سازی که در جلسات آموزشی مطرح شده است، دو سؤال باز پاسخ زیر همراه با پرسشنامه اول به دانش‌آموزان ارائه شده است؛

- آموزش مسائل مدل‌سازی ریاضی چه تأثیری بر روی نگرش شما در درس ریاضی داشته است؟

- نظرات خود را نسبت به مسائل مدل‌سازی بیان کنید؟

1 Tapia  
2 Marsh  
3 Afari

## نتایج

از آزمون‌های پارامتریک (آزمون آنالیز واریانس اندازه‌های مکرر نوع دوم) برای پاسخ دادن به سؤالات کمی تحقیق استفاده شده است. پذیره‌های زیربنایی آنالیز واریانس اندازه‌های مکرر بررسی شدند و همه آن‌ها برقرار بودند (توزیع خطاها نرمال بود؛ نمودار پراکنش خطاها در مقابل نمودار مقادیر پردازش شده از مدل نشان‌دهنده ثابت بودن واریانس خطاها بود؛ نمودار سری زمانی خطاها نیز نشان داد که خودهمبستگی مرتبه یک بین خطاها وجود ندارد). برای تجزیه و تحلیل داده‌های کیفی ابتدا پاسخ‌های داده شده به هر سؤال جداگانه بررسی شده و پس از آن موارد مشترک یا ویژه در پاسخ‌ها شناسایی گردیدند. موارد مشترک یا ویژه در چند مقوله قرار گرفتند. از پاسخ‌های نوعی دانش‌آموزان برای نشان دادن آن مقوله‌ها استفاده شد.

### تأثیر آموزش مسائل مدل‌سازی بر روی نگرش ریاضی دانش‌آموزان

هدف از سؤال اول تحقیق، بررسی اثر آموزش مسائل مدل‌سازی را بر روی نگرش ریاضی است؟ در واقع، آیا آموزش مسائل مدل‌سازی در شش جلسه آموزشی می‌تواند نگرش دانش‌آموزان را در درس ریاضی بهبود بخشد؟ برای بررسی و تحلیل نگرش ریاضی دانش‌آموزان از آزمون آنالیز واریانس اندازه‌های مکرر نوع دوم استفاده شد. میانگین نمرات مربوط به پاسخ دانش‌آموزان به پرسش‌نامه نگرش در جدول ۲ قابل مشاهده است.

جدول ۲ نگرش ریاضی دانش‌آموزان در پیش‌آزمون و پس‌آزمون

پیش‌آزمون M (SD)	پس‌آزمون M (SD)	
۳.۷۶ (۰.۶۲)	۳.۸۹ (۰.۶۰)	نگرش ریاضی
۲۴۴	۲۴۴	تعداد دانش‌آموزان

نتایج آزمون آنالیز واریانس اندازه‌های مکرر نوع دوم نشان می‌دهد که آموزش مسائل مدل‌سازی تأثیر مثبتی بر روی نگرش ریاضی دانش‌آموزان داشته است

( $F(1, 242) = 22.86, P < 0.001$ ) در این راستا براک و گایگر (۲۰۱۱) با آموزش مسائل مدل‌سازی به دانش‌آموزان ۱۵ - ۱۴ ساله تحت یک پروژه طولانی مدت (به مدت یک سال)، ادعا می‌کنند که آشنایی و کار با مسائل مدل‌سازی، بهبود باورهای دانش‌آموزان را در درس ریاضی به همراه داشته است. سؤال اصلی پروژه آن‌ها این بود که آیا امکان وارد کردن تکالیف مدل‌سازی دنیای واقعی در کلاس‌های ریاضی در طول یک سال تحصیلی وجود دارد. نتایج مطالعه براک و گایگر نشان داد که وارد کردن مسائل مدل‌سازی در برنامه کلاسی دانش‌آموزان به‌طور طولانی مدت امکان تجزیه و تحلیل این مسائل را به دانش‌آموزان می‌دهد و بهتر از پروژه‌های کوتاه مدت است.

در پاسخ به سؤال دوم مقاله، بررسی نتایج آزمون آنالیز واریانس اندازه‌های مکرر نوع دوم نشان می‌دهد اثر روش آموزشی بر روی نگرش معنادار نیست ( $F(1, 242) = 0.25, P = 0.617$ ).

همان‌طور که جدول ۳ به‌وضوح نشان می‌دهد، نگرش ریاضی هر دو گروه، افزایش یافته اما تأثیر گروه آموزشی معنادار نبوده است، مسائل مدل‌سازی برای دانش‌آموزان در دو گروه جدید بوده و به نظر می‌رسد همین عامل باعث شده تا به اندازه کافی این مسائل برای آن‌ها جالب باشد و کاملاً درگیر حل این دسته از مسائل ریاضی شوند.

جدول ۳ نگرش ریاضی دانش‌آموزان در دو شکل آموزشی استراتژی عملگر (دانش‌آموز محور) و مستقیم (معلم محور) در پیش‌آزمون و پس‌آزمون

استراتژی عملگر (دانش‌آموز محور)		مستقیم (معلم محور)		
پیش‌آزمون M (SD)	پس‌آزمون M (SD)	پیش‌آزمون M (SD)	پس‌آزمون M (SD)	
۳۸۵ (۰.۶۸)	۳۹۶ (۰.۶۳)	۳۷۳ (۰.۵۹)	۳۸۶ (۰.۵۹)	نگرش ریاضی
۷۲	۷۲	۱۷۲	۱۷۲	تعداد دانش‌آموزان

آموزش مسائل مدل سازی و تغییر نگرش دانش آموزان....

نکته مهمی که باید به آن توجه شود این است که دانش آموزان پس از پایان تحقیق به طور صریح اعلام کردند که باید این مسائل به طور گروهی حل شوند (بخش ۴,۲ را ببینید). مشاهدات کلاسی معلمان هم مؤید این مطلب است. در ادامه نظر یکی از معلمان که شیوه آموزشی معلم محور را در کلاس اجرا کردند، آمده است:

«دانش آموزان تمایل به حل گروهی مسائل داشتند، اما به خاطر روش تحقیق باید سؤالات به صورت انفرادی حل می شد».

پس از اتمام جلسات آموزشی، برای به دست آوردن اطلاعات کامل تر در مورد چگونگی نگرش ریاضی دانش آموزان، از آن‌ها خواسته شد که میزان تأثیر آموزش و یادگیری مسائل مدل سازی ریاضی، بر روی نگرش ایشان در این درس را بیان کنند. در زیر برخی از نظرات دانش آموزان در تأیید نتایج کمی این مطالعه، ارائه شده است. در این نقل قول‌ها دانش آموزان به صراحت بیان کرده اند که این مسائل باعث تغییر نگرش آن‌ها در درس ریاضی شده است:

- الان بیشتر به ریاضی علاقه مند هستم و با این دید که درسی است که هیچ فایده ای برایم ندارد به آن نگاه نمی کنم.
- در حال حاضر مواد ریاضی این کتاب درسی اصلاً جذاب و جالب نیست، فقط چند فرمول است که در آن جایگذاری اعداد می کنیم و فوق فوقش خیلی زحمت بکشیم باید بین چند رابطه یک فرمول پیدا کنیم و مسائل را حل کنیم اما زمانی که با مسائل مدل سازی بیشتر آشنا شدم به نظر آمد که چقدر خوب می توانیم با یاد گرفتن این فرمول‌ها مسائل زیبا و جذاب را حل کنیم و به جواب برسیم، به نظر من این گونه مسائل به زندگی ما کمک می کنند که راحت تر و دقیق تر زندگی کنیم.
- من نسبت به درس ریاضی علاقه مندتر شدم و نسبت به حل مسائل هیجان بیشتری دارم.
- با حل مسائل مدل سازی دید ما نسبت به ریاضی وسیع تر شده و حتی درس ریاضی دوست داشتنی تر از قبل به نظر می رسد.

- من از مسائل مدل‌سازی خیلی خوشم آمد و به این نکته پی بردم که ریاضی در زندگی ما انسان‌ها اهمیت زیادی دارد، قبلاً فکر می‌کردم ریاضی برای محاسبات است ولی حالا دیدم نسبت به ریاضی تغییر کرده و تا حدی می‌دانم در چه جاهایی می‌توان از علم ریاضی استفاده کرد و حالا باعلاقه بیشتری به درس در این رشته ادامه می‌دهم و از شما متشکرم که دیدم من را نسبت به ریاضی عوض کردید.

### مقوله‌های استنتاج شده از نظرات دانش‌آموزان درباره مسائل مدل‌سازی

پس از پایان مداخله آموزشی از دانش‌آموزان خواسته شد که به این سؤال پاسخ دهند که «نظر شما درباره مسائل مدل‌سازی ریاضی چیست؟». پس از بررسی و تحلیل پاسخ‌های دانش‌آموزان، نظرات آن‌ها در ۹ مقوله قرار گرفتند. در (جدول ۴) فراوانی مربوط به هر مقوله گزارش شده است.

جدول ۴ نظرات و نقل‌قول‌های دانش‌آموزان درباره مسائل مدل‌سازی

نظرات دانش‌آموزان درباره مسائل مدل‌سازی	فراوانی	نقل‌قول‌هایی از نظرات دانش‌آموزان
کاربرد و مرتبط با دنیای واقعی‌اند.	۲۷	<ul style="list-style-type: none"> <li>- چون در زندگی روزمره مورد استفاده قرار می‌گیرد، به نظر من لازم است که آن‌ها را بیاموزیم.</li> <li>- سؤالات قابل‌مشاهده در طول زندگی بود و می‌توانستی آن‌ها را درک و لمس کنی. می‌شد پی به این نکته برد که ریاضی دور از زندگی آدمی نیست و فقط به‌عنوان یک درس اجباری در مدارس نیست.</li> <li>- سؤال‌های مدل‌سازی که مطرح شده بود اگرچه بعضی را بلد نبودم، ولی مشتاق بودم که هر طور شده آن‌ها را حل کنم، چون این سؤالات بسیار کاربردی در زندگی ما بودند.</li> <li>- همیشه فکر می‌کردم ریاضی به درد زندگی روزمره نمی‌خورد، پیشنهاد می‌کنم که بعضی از این مسائل و نکات مربوط به آن‌ها در کتاب درسی ریاضی آورده شوند.</li> </ul>
جالب و سرگرم‌کننده بوده و باعث افزایش حس کنجکاوی می‌شوند.	۲۵	<ul style="list-style-type: none"> <li>- بسیار مسائل خوب و جالبی هستند و باعث فعال شدن ذهن و مغز می‌شوند.</li> <li>- سؤالات جالب و بسیار سرگرم‌کننده بودند.</li> </ul>



آموزش مسائل مدل سازی و تغییر نگرش دانش آموزان....

نقل قول‌هایی از نظرات دانش آموزان	فراوانی	نظرات دانش آموزان دربارهٔ مسائل مدل‌سازی
<ul style="list-style-type: none"> <li>- این سؤالات کنجکاوی من را برانگیخت.</li> <li>- این مسائل از بقیه مسائل بسیار جذاب‌تر بود و بیشتر روی آن‌ها فکر کردم و موقعی که حلشان می‌کردم بسیار خوشحال می‌شدم، به طوری که دلم می‌خواهد برای مادرم توضیح دهم.</li> </ul>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>- مسائلی که بیشتر در حوزهٔ مدل‌سازی بود به توانایی ذهنی و تخیلی زیادتری نسبت به دیگر مسائل ریاضی نیاز داشت و چون این مسائل قوهٔ تخیل را درگیر می‌کردند جالب بودند.</li> <li>- حل مسائل مدل‌سازی نیاز به خلاقیت زیادی دارد و ورود این مسائل به کتاب درسی، ذهن دانش آموزان را خلاق‌تر می‌کند.</li> <li>- مسائلی هستند که دانش آموزان را به تفکر و تأمل در محیط اطرافشان وامی‌دارند و این امکان را فراهم می‌کنند تا از خلاقیت خود استفاده نمایند.</li> </ul>	۲۱	تفکر برانگیز هستند و پرورش خلاقیت را به همراه دارند.
<ul style="list-style-type: none"> <li>- من با حل مسائل مدل‌سازی متوجه شدم که ریاضیات گسترده‌تر از آن بود که فکرش را می‌کردم و این مسائل باعث باز شدن ذهن انسان می‌شوند.</li> <li>- با حل این مسائل متوجه شدم که ریاضی فقط اکتفا کردن به چند فرمول ساده نیست و گستره‌ای فراتر از این فرمول‌هاست.</li> </ul>	۱۵	دید وسیع‌تری ایجاد می‌کنند.
<ul style="list-style-type: none"> <li>- سخت بود، اصلاً نمی‌توانستم با استفاده از مهارت‌های ریاضی‌ام سؤال‌ها را حل کنم به همین خاطر خیلی خسته و عصبانی می‌شدم.</li> <li>- سخت بود چون دقیق نمی‌دانستم مسئله چه چیزی را می‌خواهد.</li> </ul>	۹	سخت هستند.
<ul style="list-style-type: none"> <li>- سؤالات بسیار جالب و متفاوتی بود و همین تفاوت باعث انگیزهٔ حل مسائل در من شد.</li> <li>- اولین باری بود که با این جور مسائل برخورد داشتم، نسبتاً مسائل جدیدی بود.</li> </ul>	۷	با سؤالات دیگر متفاوت‌اند.
<ul style="list-style-type: none"> <li>- ما از دورهٔ ابتدائی تا الان فقط ریاضی را به صورت تعدادی فرمول و حفظ کردن آموختیم، بنابراین باید آمادگی برای حل این مسائل از دورهٔ ابتدائی پایه‌ریزی</li> </ul>	۷	این مسائل باید از دوره ابتدائی آموزش داده شوند.

نقل قول‌هایی از نظرات دانش‌آموزان	فراوانی	نظرات دانش‌آموزان درباره مسائل مدل‌سازی
<p>شوند.</p> <p>- مسائل جالبی است اما باید از پایه آموزش داده شوند.</p>		
<p>- وقتی به من مسئله داده می‌شد، در ابتدای کار از این‌که هیچ چیزی به ذهنم نمی‌رسید کلافه و عصبانی می‌شدم. برای همین باید این مسائل گروهی حل شوند.</p> <p>- مسئله‌ها همگی بسیار جالب و چالش‌برانگیز بودند و حل کردن این‌گونه مسئله‌ها به‌خصوص به‌صورت گروهی باعث می‌شود که تمام اعضای گروه برای حل مسئله تلاش کرده و راه‌حل خود را ارائه دهند. من ترجیح می‌دهم که به‌جای سؤالات تکراری و حفظی ریاضی درباره یک مفهوم، سؤالات متنوع با موضوعات جالب‌تر حل کنم.</p>	۵	این مسائل باید گروهی حل شوند (نظرات دانش‌آموزان در گروه آموزشی معلم محور).
<p>- به نظر من این مسائل، جالب و چالش‌برانگیز بودند و اگر عمیق روی آن‌ها کار شود تا دانش‌آموزان بر روی این‌گونه مسائل تسلط داشته باشند، خیلی بهتر از درس‌های کنونی کتاب ریاضی است.</p> <p>- مسائل جالبی بود و من از چالش‌های به‌وجود آمده لذت بردم.</p>	۴	چالش‌برانگیز هستند.

با توجه به جدول ۴، مشاهده می‌شود که سه مقوله «مسئله کاربردی و مرتبط به دنیای واقعی‌اند»، «جالب و سرگرم‌کننده بوده و باعث افزایش حس کنجکاوی می‌شوند»، «تفکر برانگیز هستند و پرورش خلاقیت را به همراه دارند»، دارای بیش‌ترین فراوانی در بین نظرات دانش‌آموزان می‌باشند.

درحالی‌که سایر مقوله‌های مطرح‌شده که عبارت‌اند از: «دید وسیع‌تری ایجاد می‌کنند»، «سخت هستند»، «با سؤالات دیگر متفاوت‌اند»، «این مسائل باید از دوره ابتدائی آموزش داده شوند»، «این مسائل باید گروهی حل شوند» (نظرات دانش‌آموزان در گروه آموزشی معلم محور) و «چالش‌برانگیز هستند»، به ترتیب در رده‌های بعدی قرار گرفته‌اند.

آموزش مسائل مدل سازی و تغییر نگرش دانش آموزان....

لیم<sup>۱</sup>، تسو<sup>۲</sup> و لین<sup>۳</sup> (۲۰۰۹) نگرش ریاضی دانشجویان را پس از مشارکت آن‌ها در یک پروژه مدل‌سازی ریاضی کاربردی، در قالب چهار بُعد مورد تجزیه و تحلیل قرار داده‌اند: باورها، سودمندی، لذت و اضطراب. باورها قضاوت‌های دانش‌آموزان درباره کاربرد ریاضی است که این قضاوت‌ها بر اساس دانش و تجربه‌های قبلی دانش‌آموزان است. سودمندی بر اساس این‌که تا چه اندازه پروژه برای دانش‌آموزان مفید است و در خدمت آن‌هاست. لذت بر اساس رضایتمندی تعریف می‌شود نه هیچ‌گونه فشاری. اضطراب بر اساس احساس فشار و استرس درباره پروژه تعریف می‌شود. بر اساس این تعاریف، نه مقوله ذکرشده در حیطه باورها و سودمندی قرار می‌گیرند. می‌توان گفت باورهای شکل‌گرفته دانش‌آموزان درباره مسائل مدل‌سازی این است که مدل‌سازی را وسیله‌ای سودمند برای یادگیری ریاضی خود تفسیر می‌کنند و طبق نظر دانش‌آموزان بهتر است این مسائل از پایه آموزش داده شوند و در کلاس درس به‌طور گروهی حل شوند.

### بحث و نتیجه‌گیری

در این مطالعه، نگرش ریاضی دانش‌آموزان و نظرات آن‌ها بعد از آموزش مسائل مدل‌سازی ریاضی مورد ارزیابی قرار گرفت. یافته‌های به‌دست آمده نشان می‌دهند که به‌کارگیری جلسات آموزشی در رابطه با مسائل مدل‌سازی برای آشنایی دانش‌آموزان با این مسائل، تأثیرات مثبتی را بر روی نگرش ریاضی آن‌ها به همراه داشته است. تأثیر مثبت جلسات آموزشی در رابطه با مسائل مدل‌سازی بر روی نگرش دانش‌آموزان نسبت به ریاضی در راستای یافته‌های تحقیق براک و گایگر (۲۰۱۱) می‌باشند.

در این تحقیق دو شکل آموزشی (دانش‌آموز محور و معلم‌محور) متفاوت برای آموزش مسائل مدل‌سازی ریاضی با هم مقایسه شده‌اند. با تجزیه و تحلیل داده‌های حاصل از این پژوهش می‌توان گفت که روش آموزشی دانش‌آموز محور تأثیر سودمندتری را بر روی نگرش ریاضی دانش‌آموزان داشته است. نظرات پیشنهادی دانش‌آموزان در مورد کار

---

1 Lim

2 Tso

3 Lin

گروهی بر روی مسائل مدل‌سازی، حاکی از این واقعیت است که محیط‌های یادگیری مشارکتی می‌تواند بستر مناسبی برای بروز احساسات مثبت در دانش‌آموزان باشند. مطالعات گذشته (اسچاکاجلو و همکارانش ۲۰۱۲) درخصوص محیط‌های آموزشی دانش-آموز محور نیز بر تأثیر چنین محیط‌هایی تأکید ویژه‌ای داشته‌اند. نگرش نسبت به ریاضی اگرچه در برابر تغییر مقاوم است ولی می‌تواند از طریق روش‌های یادگیری مشارکتی بهبود پیدا کند (تونزند<sup>۱</sup> و ویلتن<sup>۲</sup>، ۲۰۰۳)؛ بنابراین، با توجه به نظرات دانش‌آموزان که معتقدند مسائل مدل‌سازی، مسائلی چالش برانگیزند و به تنهایی نمی‌توان آن‌ها را حل نمود، آنچه بیش از پیش باید توسط معلمان مورد توجه قرار گیرد، ایجاد زمینه‌های کار گروهی در فعالیت‌های کلاسی است. هم‌چنین، بر اساس نظرات دانش‌آموزان پیشنهاد می‌شود این مسائل از دوران ابتدائی آموزش داده شوند.

آگاهی از این‌که چه شرایط آموزشی در کلاس درس فراهم شود و چه نوع مسائلی برای کدام دانش‌آموزان مفیدتر هستند، می‌تواند زمینه‌ساز افزایش انگیزه در دانش‌آموزان شود و نگرش آن‌ها را نسبت به درس ریاضی ارتقاء بخشد. با توجه به نتایج این مطالعه به نظر می‌رسد که مسائل مدل‌سازی ریاضی، این ظرفیت را دارند که نگرش ریاضی دانش-آموزان را بهبود بخشند و در دانش‌آموزان انگیزه کار در دنیای ریاضی را ایجاد کنند. اکثر شرکت‌کنندگان در مطالعه حاضر، دانش‌آموزان مستعدی بودند که نمرات بالایی به‌ویژه در درس ریاضی داشتند. در این راستا، هی کیم<sup>۳</sup> و کیم (۲۰۱۰)، پس از بررسی رفتارهای دانش‌آموزان با استعداد در درس ریاضی که در کلاس مدل‌سازی ریاضی شرکت کرده بودند، به این نتیجه رسیدند که مدل‌سازی ریاضی برنامه مناسبی برای نائل شدن به اهداف آموزشی مختص به دانش‌آموزان مستعد است. به گفته هی کیم و کیم اهداف برنامه درسی دانش‌آموزان مستعد در کشور کره پرورش توانایی تفکر خلاقانه و توسعه نگرش یادگیری خودمحور می‌باشد. دانش‌آموزان مستعد در ریاضی طبق نظر آن‌ها، دانش‌آموزانی هستند که

---

1 Townsend  
2 Wilton  
3 Hee Kim

آموزش مسائل مدل سازی و تغییر نگرش دانش آموزان....

توانایی بالایی در حل مسئله ریاضی خلاقیت ریاضی دارند و همچنین متعهد در انجام تکالیف ریاضی هستند.

بنابراین یکی از محدودیت‌های این تحقیق این است که اکثر شرکت‌کنندگان، دانش-آموزان با معدل درسی بالا بودند که تا حدودی انگیزه تحصیل در آن‌ها به مراتب بیشتر از دانش‌آموزان مدارس معمولی بود؛ بنابراین لازم است این تحقیق بر روی دانش‌آموزان با زمینه‌های علمی و فرهنگی متفاوت نیز انجام شود.

با توجه به این‌که مدل‌سازی و کاربردها و یادگیری آن‌ها در مدرسه و دانشگاه می-تواند کاربرد ریاضیات را در علوم، تکنولوژی و زندگی روزانه به خوبی نمایان سازد لذا ایجاد فرصت‌هایی که دانش‌آموزان را قادر نماید تا مهارت‌های مدل‌سازی خود را ارتقاء دهند، یکی از موضوعات برجسته در تحقیقات آموزش ریاضی می‌باشد (کایسر<sup>۱</sup> و استیلمن<sup>۲</sup>، ۲۰۱۱). در واقع، این مهم است که دانش‌آموزان با موقعیت‌هایی مواجه شوند که ریاضیات در آن‌ها سودمند است و همچنین موقعیت‌هایی را تجربه کنند که در آن مسائل سودمندی را فرمول‌سازی کنند اگرچه هر موقعیت ممکن است در یک مسئله ریاضی فرمول‌سازی نشود (پولاک<sup>۳</sup>، ۱۹۷۰).

بنابراین با در نظر گرفتن نتایج این تحقیق و همچنین اهمیت یادگیری مدل‌سازی ریاضی، به نظر می‌رسد که وارد کردن مسائل مدل‌سازی ریاضی به‌طور واقعی در برنامه درسی و توجه دقیق به ظرفیت و توانایی‌های دانش‌آموزان، می‌تواند بستری مناسب برای ارتقای انگیزش آن‌ها جهت یادگیری ریاضی باشد. همچنین آموزش این مسائل، قادر است یادگیری ریاضی دانش‌آموزان و نیل آنان به اهداف برنامه درسی ریاضی را تسهیل نماید. به‌ویژه، نظرات دانش‌آموزان شرکت‌کننده در این مطالعه، می‌تواند طراحان برنامه درسی را در چگونگی طراحی فعالیت‌های مدل‌سازی کمک نماید.

---

1 Kaiser

2 Stillman

3 Pollak

## منابع

- دبیرخانه طرح تولید برنامه درسی (۱۳۹۱)، *برنامه درسی جمهوری اسلامی ایران*، سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی.
- رضویه، اصغر؛ سیف، دیبا و طاهری، عبدالمحمد (۱۳۸۴)، بررسی تأثیر مؤلفه‌های اضطراب و نگرش ریاضی بر پیشرفت تحصیلی دانش‌آموزان دبیرستانی در درس ریاضی، *فصلنامه تعلیم و تربیت*، دوره ۲۱، ش ۲: ۳۰-۷.
- علم‌الهدایی، سید حسن (۱۳۸۸)، *اصول آموزش ریاضی*، مشهد: انتشارات جهان فردا.
- غلام‌آزاد، سهیلا (۱۳۹۳)، ردپای آموزش ریاضی واقعیت‌مدار در ریاضیات مدرسه‌ای ایران، *دو فصلنامه ریاضی و عمل در برنامه درسی*، س ۲، ش ۳، بهار و تابستان ۱۳۹۳: ۴۷-۷۰.
- Aiken, L. (1979). Attitude toward mathematics and science in Iranian middle schools. *School Science and Mathematics*, 79, 229-234.
- Akey, T. (2006). *School context, students' attitudes and behavior and academic achievement: an exploratory analysis*. New York: MDRC.
- Akinsola, M. K., & Olowojaiye, F. B. (2008). Teacher instructional methods and student attitudes towards mathematics. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 3(1), 60-73.
- Afari, E. (2013). Examining the Factorial Validity of the Attitudes towards Mathematics Inventory (ATMI) in the United Arab Emirates: Confirmatory Factor Analysis. *International Review of Contemporary Learning Research*, 2(1), 15-29.

آموزش مسائل مدل سازی و تغییر نگرش دانش آموزان....

- Blum, W. (2011). Can modelling be taught and learnt? Some answers from empirical research. In G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo Ferri, & G. Stillman (Eds.), *Trends in teaching and learning mathematical modelling* (pp. 15 -30). New York: Springer.

- Blum, W., et al. (2002). ICMI Study 14: Application and modelling in mathematics education – Discussion document. *Educational Studies in Mathematics*, 51(1-2), 149-171.

- Blum, W., & Leiss, D. (2007). How do students and teachers deal with mathematical modelling problems? The example “Sugarloaf” and the DISUM Project. In C. Haines, P. L. Galbraith, W. Blum, & S. Khan (Eds.), *Mathematical modelling (ICTMA12) — Education, engineering and economics* (pp. 222 – 231). Horwood: Chichester.

- Borromeo Ferri, R. (2006). Theoretical and empirical differentiations of phases in the modeling process. *ZDM Mathematics Education*, 38(2), 86–95.

- Borromeo Ferri, R. (2007). Individual modelling routes of pupils-analysis of modelling problems in mathematical lessons from a cognitive perspective. In Heines, C. Et al. (Eds), *Mathematical Modelling (ICTMA 12): Education, Engineering And Economics* (pp. 260-270). Chichester: Horwood publishing.

- Bracke, M., & Geiger, A. (2011). Real-world modelling in regular lessons: A long-term experiment. In Kaiser, G.; Blum, W.; Borromeo Ferri, R.; Stillman, G. (Eds.), *Trends in teaching and learning of mathematical modelling* (pp. 529-550). New York: Springer.

- English, L. D., & Sriraman, B. (2010). Problem solving for the 21st century. In B. Sriraman & L. D. English (Eds.), *Theories of*

*mathematics education: Seeking new frontiers* (pp. 263-285). *Advances in Mathematics Education*, Series: Springer.

- Frenzel, A. C., Pekrun, R., & Goetz, T. (2007). Perceived learning environment and students' emotional experiences: A multilevel analysis of mathematics classrooms. *Learning and Instruction*, 17, 478-493.

- Freudenthal, H. (1968). Why to teach mathematics so as to be useful. *Educational Studies in Mathematics*, 1, 3-8.

- Galbraith P., & Clatworthy, N. (1990). Beyond standard models-meeting the challenge of modeling. *Educational Studies in Mathematics*, 21, 137-163.

- Galbraith, P., & Stillman, G. (2006). A framework for identifying blockages during transitions in the modeling process. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 38(2), 143-162.

- Gläser-Zikuda, M., Fuß, S., Laukenmann, M., Metz, K., & Randler, C. (2005). Promoting students' emotions and achievement — Instructional design and evaluation of the ECOLE approach. *Learning and Instruction*, 15, 481 – 495.

- Hänze, M., & Berger, R. (2007). Cooperative learning, motivational effects, and student characteristics: An experimental study comparing cooperative learning and direct instruction in 12th grade physics classes. *Learning and Instruction*, 17, 29 – 41.

- Hannula, M. S. (2002). Attitude towards mathematics: emotions, expectations and values. *Educational Studies in Mathematics*, 49(1), 25-46.



آموزش مسائل مدل سازی و تغییر نگرش دانش آموزان....

- Hardré, P. L. (2011). Motivation for math in rural schools: Student and teacher perspectives. *Mathematics Education Research Journal*, 23(2), 213-233.
- Howson, G. (1995). Mathematics textbooks: A comparative study of grade 8 texts. TIMSS monograph no. 3. Published by Pacific Educational Press. University of British Columbia, Canada.
- Kim, H. K. & Kim, S. (2010). The effects of mathematical modeling on creative production ability and self-directed learning attitude. *Asia Pacific Educ. Rev*, 11, 09–120.
- Järvelä, S., Volet, S., & Järvenoja, H. (2010). Research on motivation in collaborative learning: moving beyond the cognitive–situative divide and combining individual and social processes. *Educational Psychologist*, 45(1), 15-27.
- Kaiser, G., & Stillman, G. (2011). Series Preface. In Kaiser, G., Blum, W., Borromeo Ferri, R., & Stillman, G. (Eds.), *Trends in teaching and learning of mathematical modelling: ICTMA14*. New York: Springer.
- Lim, L.L., Tso, T.-Y. & Lin, F.L. (2009). Assessing SCIENCE students' attitudes to mathematics: a case study on a modeling with mathematical soft ware. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 40(4), 441-453.
- Ma, X., & Kishor, N. (1997). Attitude toward self, social factors, and achievement in mathematics: a meta-analytic review. *Educational Psychology Review*, 9(2), 89–120.

- Norman, G.R., & Smidt, H.G. (1992). The psychological basis of problem based learning: a review of evidence. *Academic Medicine*, 76, 557-565.
- Pollak, H. O. (1970). Applications of mathematics. In E. G. Begle (Ed.), *The sixty-ninth yearbook of the national society for the study of education* (pp. 311–334). Chicago: The National Society for the Study of Education.
- Prince, M. (2004). Does Active Learning Work? A Review of the Research. *Journal of Engineering Education*, 93(3), 223-231.
- Schukajlow, S., Leiss, D., Pekrun, R., Blum, W., Müller, M., & Messner, R. (2012). Teaching methods for modelling problems and students' task-specific enjoyment, value, interest and self-efficacy expectations. *Educational Studies in Mathematics*, 79(2), 215–237.
- Tapia, M., & Marsh, G. E., II. (2004). An instrument to measure mathematics attitudes. *Academic Exchange Quarterly*, 8(2), 16-21.
- Townsend. M., & Wilton, K. (2003). Evaluating change in attitude towards mathematics using the “then-now” procedure in a cooperative learning programme. *The British Journal of Educational Psychology*.73 (4), 473-487.